

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

Некоммерческое акционерное общество «Казахский национальный исследовательский
технический университет имени К.И.Сатпаева»



Институт автоматизации и информационных технологий

Кафедра «Робототехники и технических средств автоматизации»

Горлова Екатерина Юрьевна

«Разработка алгоритма картирования корневых локусов и поиск ассоциации с показателями
качества системы фильтрации сигналов»

ДИПЛОМНАЯ РАБОТА

Специальность: 6В07114 – Биомедицинская инженерия

Алматы 2025

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ
КАЗАХСТАН

Некоммерческое акционерное общество «Казахский национальный исследовательский
технический университет имени К.И.Сатпаева»



SATBAYEV
UNIVERSITY

Институт Автоматики и информационных технологий

Кафедра «Робототехники и технических средств автоматики»

ДОПУЩЕН К ЗАЩИТЕ
Заведующий кафедрой РТиТСА
кандидат технических наук,
профессор
Ожигенов К. А.
«02» 06 2025 г.



ДИПЛОМНАЯ РАБОТА

На тему: «Разработка алгоритма картирования корневых локусов и поиск ассоциации с
показателями качества системы фильтрации сигналов»,

Специальность: 6В07114 – Биомедицинская инженерия

Выполнила

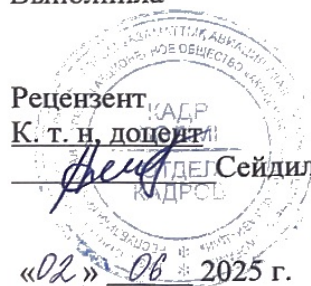
Горлова Е.Ю.

Рецензент

К. т. н. доцент

Сейдилдаева А. К.

«02» 06 2025 г.



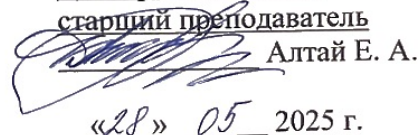
Научный руководитель

Доктор Ph.D, к. т. н.

старший преподаватель

Алтай Е. А.

«28» 05 2025 г.



Алматы 2025



SATBAYEV
UNIVERSITY

Институт Автоматики и информационных технологий

Кафедра «Робототехники и технических средств автоматизи-»

Специальность: 6B07114 – Биомедицинская инженерия

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой РТиТСА
кандидат технических наук,
профессор
Ожикенов К. А.
2025 г.

ЗАДАНИЕ

на выполнение дипломной работы

Студентке Горловой Екатерине Юрьевне

Тема: Разработка алгоритма картирования корневых локусов и поиск
ассоциации с показателями качества системы фильтрации сигналов

Утверждена приказом ректора Университета № 521-110 от «13» 11 2024 г.

Срок сдачи законченной работы «05» 06 2025 г.

Исходные данные к дипломной работе: низкочастотные фильтры,
аппроксимированных полиномиальными моделями Баттерворта от первого по
шестой порядок, научно-техническая литература

Перечень подлежащих разработке в дипломной работе вопросов:

- а) Обзор методов линейной фильтрации сигналов.
- б) Разработка алгоритма картирования локусов фильтров
- в) Оценка результативности фильтрации сигнала
- г) Влияние параметров и локусов фильтров на показатели качества фильтрации

Перечень графического материала (с точным указанием обязательных
чертежей):

Таблицы: 11

Рисунки: 21

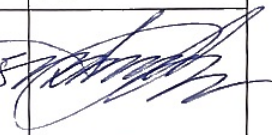
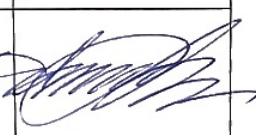
Представлены 20 слайдов презентации

Рекомендуемая основная литература: из 14 наименований

ГРАФИК
подготовки дипломной работы

Наименование разделов, перечень разрабатываемых вопросов	Сроки представления научному руководителю	Примечания
Обзор методов линейной фильтрации сигналов	22.01 - 18.02.2025	Вниманию
Разработка алгоритма картирования локусов фильтров	24.02 - 18.03.2025	Вниманию
Оценка результативности фильтрации сигнала	21.03 - 10.04.2025	Вниманию
Влияние параметров и локусов фильтров на показатели качества фильтрации	14.04 - 16.05.2025	Вниманию.

Подписи
консультантов и норм контролера на законченную дипломную работу с указанием относящихся к ним разделов работы

Наименование разделов	Консультанты, И.О.Ф. (уч. степень, звание)	Дата подписания	Подпись
Нормоконтроль	Игембай Е. А., магистр технических наук, преподаватель	30.05.2025	
Основная часть	Алтай Е. А., доктор Ph.D, кандидат технических наук, старший преподаватель	05.06.2025	
Расчетная часть	Алтай Е. А., доктор Ph.D, кандидат технических наук, старший преподаватель	05.06.2025	

Научный руководитель:  Алтай Е. А.

Задание принял к исполнению обучающийся:  Горлова Е. Ю.

Дата

«05» 06 2025

АҢДАТПА

Түбірлік локустарды картаға түсіру алгоритмін әзірлеуге және олардың сигналдарды сүзу жүйесінің сапа көрсеткіштерімен байланысын іздеуге арналған осы дипломдық жұмыста Баттеруорттың көпмүшелік модельдерімен жуықталған сүзгілердің мәні мен ерекшеліктерін ашатын нәтижелер алынды. бірінші-алтыншы тәртіп. Дипломдық жұмыс Баттеруорт сүзгісінің синтезі мен конфигурациясының нәтижелерін алады, сонымен қатар біріншісінен алтыншы ретке дейінгі үздіксіз беру функциялары арқылы сипатталған сүзгілердің түбірлік локустарын іздеуге негізделген мамандандырылған алгоритм әзірленді. Әзірленген алгоритмге сүйене отырып, есептелген сүзгілердің түбірлік локустары картаға түсіріліп, өлшеу сигналдарын сүзу жүйесінің үздіксіз беру функцияларының тұрақтылығын сипаттайтын олардың сандық мәндері алынады. Қарастырылып отырған дипломдық жұмысыны зерттеудің қойылған міндеттерін шешудің сапасын көрсететін және синтезделген синусоидалық сигналдың параметрлерін сандық сипаттауға және өлшеуге мүмкіндік беретін компьютерлік модельдеу нәтижелері алынды. Баттеруорт полиномдары біріншісінен алтыншы ретке жуықтаған үздіксіз сүзгілердің ретін жоғарылатуға байланысты синтезделген сигналдың максималды амплитудасын бағалаудың салыстырмалы қателігінің шамасы артады, ал бұл бағалаудың ең төменгі мәні бірінші ретті сүзу жүйесі үшін байқалды. Анықталған ерекшелік синтезделген сигналды сүзу процесіне және тұтастай алғанда жүйенің жұмысына айтарлықтай әсер етеді, оны карталанған түбірлік (нөлдер мен полюстер) локустар мен олардың анықталған мәндері негізінде түсіндіруге болады. Сонымен қатар, салыстырмалы бағалау қателігінің шамасы мен есептелген сүзгілердің түбірлік локустарының карталанған мәндері арасындағы байланыс анықталды, бұл сандық белгілер локустарының өлшеу сигналдарын сүзу процесіне әсерін растайды. Осы дипломдық жұмыс аясында анықталған ассоциацияны түсіну синтезделген сигналдарда да, заттай экспериментте алынған сигналдарда да сүзу кезінде болатын процестерді есепке алу мүмкіндігін едәуір кеңейтуге мүмкіндік береді.

АННОТАЦИЯ

В представленной настоящей дипломной работе, посвященной разработке алгоритма картирования корневых локусов и поиска их ассоциации с показателями качества системы фильтрации сигналов получены результаты, раскрывающие сущность и особенности фильтров, аппроксимированных полиномиальными моделями Баттерворта от первого по шестой порядок. В дипломной работе получены результаты синтеза и настройки фильтра Баттерворта, а также разработан специализированный алгоритм, базирующийся на поиске корневых локусов фильтров, описанных с помощью непрерывных передаточных функций от первого по шестой порядок. Базируясь на разработанном алгоритме картированы корневые локусы рассчитанных фильтров и получены их количественные значения, характеризующие устойчивость непрерывных передаточных функций системы фильтрации измерительных сигналов. Получены результаты компьютерного моделирования, иллюстрирующие качество решения поставленных задач исследования рассматриваемой дипломной работы и позволяющие количественно охарактеризовать и измерить параметры синтезированного синусоидального сигнала. Показано, что в силу повышения порядка непрерывных фильтров, аппроксимированных полиномами Баттерворта от первого по шестой порядок, увеличивается величина относительной погрешности оценки максимальной амплитуды синтезированного сигнала, тогда как наименьшая величина данной оценки наблюдалась для системы фильтрации первого порядка. Выявленная особенность существенно влияет на процесс фильтрации синтезированного сигнала и на работу системы в целом, которую можно объяснить на основе картированных корневых (нули и полюса) локусов и идентифицированными их значениями. Более того, обнаружена ассоциация между величиной относительной погрешности оценки и картированными значениями корневых локусов рассчитанных фильтров, что подтверждает факт влияние локусов количественных признаков на процесс фильтрации измерительных сигналов. Понимание ассоциации, обнаруженной в рамках настоящей дипломной работе, позволит существенно расширить возможность учета процессов, происходящих при фильтрации как в синтезированных сигналах, так и в сигналах, полученных при натурном эксперименте.

ANNOTATION

In the present thesis, devoted to the development of an algorithm for mapping root loci and searching for their association with the quality indicators of the signal filtering system, results are obtained that reveal the essence and features of filters approximated by polynomial Butterworth models from the first to the sixth order. In the thesis, the results of the synthesis and tuning of the Butterworth filter were obtained, and a specialized algorithm was developed based on the search for the root loci of filters described using continuous transfer functions from the first to the sixth order. Based on the developed algorithm, the root loci of the calculated filters are mapped, and their quantitative values are obtained, characterizing the stability of the continuous transfer functions of the measuring signal filtering system. The results of computer modeling have been obtained, illustrating the quality of solving the set research tasks of the thesis in question and allowing us to quantify and measure the parameters of the synthesized sinusoidal signal. It is shown that due to an increase in the order of continuous filters approximated by Butterworth polynomials from the first to the sixth order, the relative error in estimating the maximum amplitude of the synthesized signal increases, while the smallest value of this estimate was observed for the first-order filtering system. The revealed feature significantly affects the filtering process of the synthesized signal and the operation of the system, which can be explained based on mapped root (zeros and poles) loci and their identified values. Moreover, an association was found between the magnitude of the relative estimation error and the mapped values of the root loci of the calculated filters, which confirms the influence of the loci of quantitative features on the filtering process of measuring signals. Understanding the association found in the framework of this thesis will significantly expand the possibility of considering the processes occurring during filtering both in synthesized signals and in signals obtained during a field experiment.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	9
1 Обзор методов линейной фильтрации сигналов	10
1.1 Общее понятие о фильтрах	10
1.2 Показатели качества системы фильтрации	14
1.3 Вывод по главе	16
2 Разработка алгоритма картирования локусов фильтров	17
2.1 Алгоритм картирования корневых локусов фильтров	17
2.2 Расчет и ввод низкочастотного фильтра $W(s)$ соответствующего порядка	18
2.3 Компьютерное моделирование и построение нуль-полусной диаграммы	23
2.4 Визуализация и определение значений нулей и полюсов на s -плоскости	24
2.5 Оценка показателей качества системы фильтрации	26
2.6 Картирование корневого локуса	29
2.7 Вывод по главе	30
3 Оценка результативности фильтрации сигнала	32
3.1 Постановка задачи	32
3.2 Синтез аддитивной модели сигнала и помех	32
3.3 Оценка погрешности фильтрации сигнала	37
3.4 Вывод по главе	38
4 Влияние параметров и локусов фильтров на показатели качества фильтрации	39
4.1 Ассоциация между порядком фильтрации, локусами и временем переходного процесса	39
4.2 Ассоциация между процентной погрешностью и характеристиками системы	42
4.3 Вывод по главе	47
Заключение	48
Список использованной литературы	49
Приложение А	51
Приложение Б	52
Приложение В	53

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время мир технологии не стоит на месте, с каждым годом появляются все более сложные технические и биомедицинские системы, которые требуют качественной фильтрации. Вопрос о фильтрации стоит остро, потому что именно она отвечает за точность получаемой информации.

Актуальность данной работы обусловлена тем, что при регистрации результатов измерений в технических и биомедицинских системах неизбежно возникает влияние различных видов помех. Эти помехи существенно снижают точность измерения амплитудных и временных параметров сигнала, что особенно критично при работе с низкочастотными биомедицинскими сигналами, где информативные составляющие имеют низкий уровень энергии. Для повышения достоверности анализа сигналов необходимо применять фильтрацию. Однако стандартные методы оценки эффективности фильтров (например, по амплитудно-частотной характеристике) не всегда отражают влияние фильтра на динамические свойства системы, такие как устойчивость и переходные процессы.

В связи с этим актуальной является задача поиска новых подходов к оценке качества фильтрации, в том числе с использованием корневых локусов, которые позволяют наглядно представить влияние параметров фильтра на устойчивость и динамическое поведение системы.

Объект исследования – фильтры, синусоидальные сигналы.

Предмет исследования – метод и алгоритм компьютерного моделирования, методы фильтрации сигналов.

Цель исследования заключается в оценке показателей качества системы фильтрации для повышения точности измерения сигнала и определении ассоциации с корневыми локусами.

Задачи исследования:

- 1) Провести обзор методов линейной фильтрации сигналов.
- 2) Разработать алгоритм картирования корневых локусов фильтров.
- 3) Оценить результативность фильтрации сигнала.
- 4) Оценить влияние локуса фильтров на показатели качества фильтрации.

1 Обзор методов линейной фильтрации сигналов

В данной главе дипломной работы представлены результаты проведенного обзора методов линейной фильтрации сигналов, охватывающие последние достижения в области обработки измерительных сигналов сложной формы и природы.

1.1 Общее понятие о фильтрах

Линейный фильтр – это динамическая система, которая предназначена для изменения частотного состава измерительной сигнальной информации. Данной системой могут быть какое-либо устройство, алгоритм, либо же сама схема [1]. Их основное свойство заключается в линейности, что означает подчинение принципу суперпозиции: отклик фильтра на сумму входных воздействий равен сумме откликов на каждое воздействие по отдельности:

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t), \text{ то } y(t) = y_1(t) + y_2(t), \quad (1.1)$$

где $y_1(t)$ – отклик на $x_1(t)$, а $y_2(t)$ – отклик на $x_2(t)$.

Основной характеристикой линейного фильтра является его передаточная функция, которая в случае линейных стационарных систем с постоянными коэффициентами имеет полиномиальную форму, то есть представляет собой отношение двух полиномов от переменной s . В связи с этим такие фильтры называют полиномиальными [2]. Структура линейного фильтра включает в себя входной и выходной сигналы, а также передаточную функцию фильтра, которые наглядно представлены на рисунке 1.1.

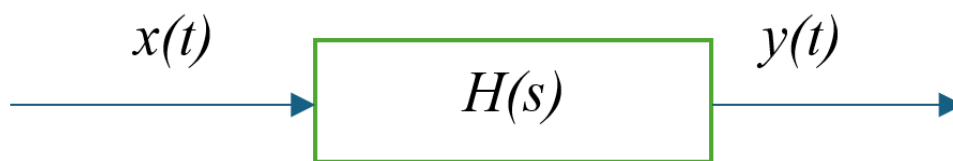


Рисунок 1.1 – Структура линейного фильтра

На рисунке 1.1. представлена структура линейного фильтра, где $x(t)$ – входной сигнал, $y(t)$ – выходной сигнал, $H(s)$ – передаточная функция фильтра

Основные задачи, выполняемые при фильтрации измерений [16, 17]:

- 1) Подавление нежелательных компонентов сигнала.
- 2) Выделение частотных составляющих информативного сигнала.
- 3) Повышение точности измерения параметра сигнала.

Классифицировать линейные (полиномиальные) фильтры можно по следующим ключевым признакам, отражающим их математические и частотные свойства, представленным на рисунке 1.2.

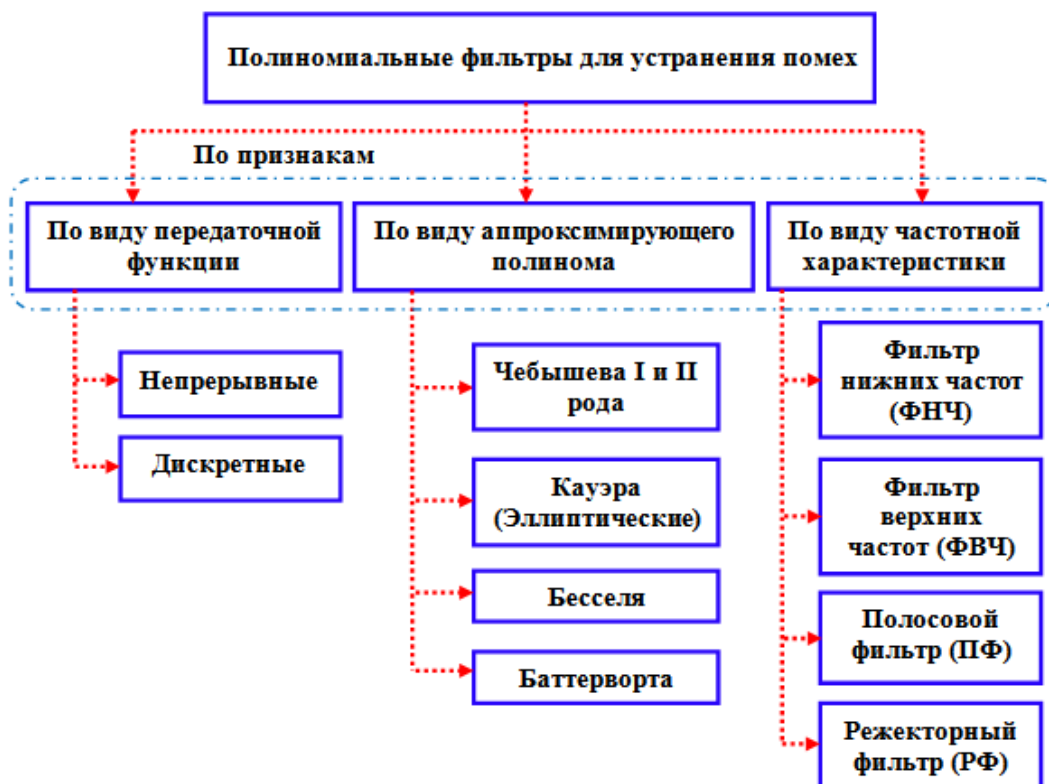


Рисунок 1.2 – Классификация линейных (полиномиальных) фильтров [16]

1) По виду передаточной функции: непрерывные и дискретные:

Непрерывные фильтры – фильтры, которые обрабатывают сигналы, представленные в виде непрерывной функции времени. Они характеризуются передаточной функцией $H(s)$, где s комплексная переменная.

Дискретные фильтры – фильтры, работающие с цифровыми сигналами с передаточной функцией $H(z)$, в z области.

В рамках данной дипломной работы основное внимание уделяется непрерывным линейным фильтрам, поскольку они позволяют использовать методы анализа в s -области, включая исследование устойчивости и характеристик системы с помощью корневых локусов.

2) По виду аппроксимирующего полинома: Чебышева 1 и 2 рода, Кауэра (эллиптические), Бесселя, Баттерворта:

Фильтры Чебышева: обеспечивают равномерное затухание в полосе задерживания за счет допуска неравномерности в полосе пропускания.

Фильтры Кауэра (эллиптические): имеют равноволновые пульсации АЧХ как в полосе пропускания, так и в полосе задерживания.

Фильтры Бесселя: форма фильтруемого сигнала на выходе в полосе пропускания сохраняется практически неизменной, так как их групповая задержка практически не изменяется по частотам полосы пропускания [3,5].

Фильтры Баттерворта: имеют максимально плоскую АЧХ в полосе пропускания и монотонную характеристику в полосе задерживания.

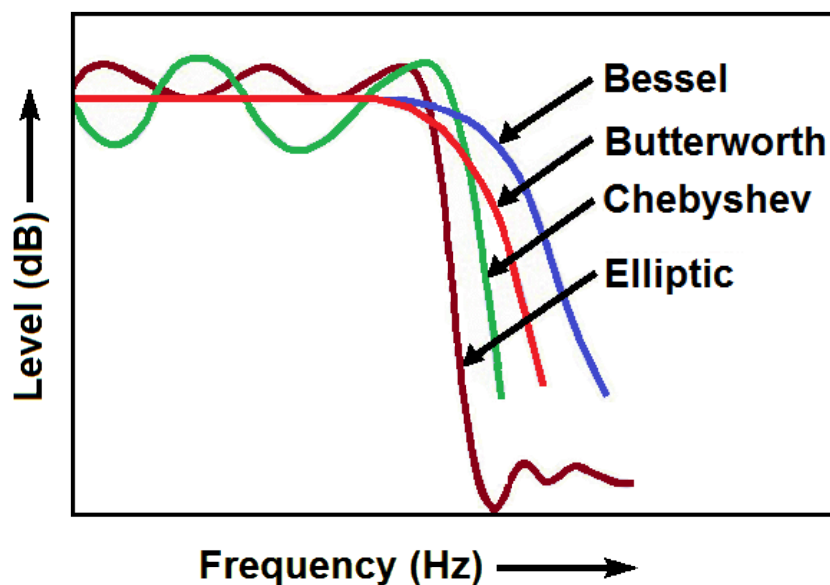
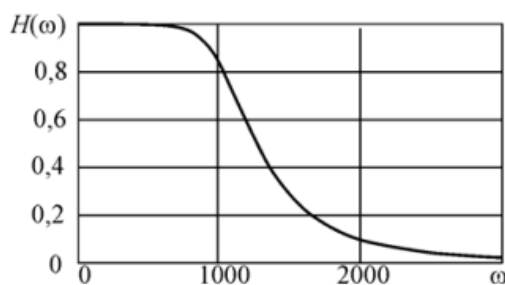


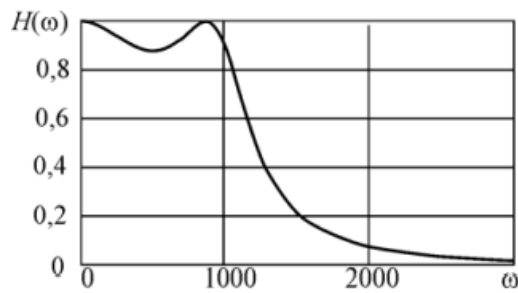
Рисунок 1.3 – АЧХ фильтров Бесселя, Баттерворта, Чебышева, Кауэра(эллиптический) [13]

Фильтрация обеспечивает высокоточное измерение любого измерительного прибора. Фильтр Баттерворта считается наиболее привлекательным и рекомендуемым для обработки системы информации. Он наделяет лучшие свойства, чтобы усовершенствовать результат.

Чтобы обосновать выбор фильтра Баттерворта для моего исследования стоит провести его сравнительный анализ с другим фильтром. В качестве примера для сравнения взят фильтр Чебышева. Анализ основывается на амлитудно-частотной характеристике фильтра нижних частот, которая представлена на рисунках 1.4(а), 1.4(б).



а)



б)

Рисунок 1.4 - АЧХ фильтра нижних частот [1]: а) Баттерворта, б) Чебышева

Исходя из рисунка 1.4(а) можно заметить гладкую АЧХ, без колебаний. Спад амплитуды плавный и происходит постепенно. В то время как, на рисунке 1.4 (б) АЧХ имеет колебания в полосе пропускания, а спад более крутой. Таким образом можно сделать следующий вывод: фильтр Баттерворта является наиболее оптимальным вариантом для исследования, так как здесь важна максимальная плоскость АЧХ.

Фильтры Баттерворта впервые были упомянуты в трудах британского ученого-инженера Стивена Баттерворта в 1930 году. Позже они были названы в его честь. Далее Баттерворт предложил полиномы, которые характеризуют сами фильтры [4].

3) По виду частотной характеристики: *фильтр нижних частот (ФНЧ)*, *фильтр верхних частот (ФВЧ)*, *полосовой фильтр (ПФ)* и *режекторный фильтр (РФ)* [3]:

ФНЧ: пропускает низкие частоты и задерживает высокие.

ФВЧ: пропускает высокие частоты и задерживает низкие.

Полосовой фильтр: пропускает определенный диапазон частот и задерживает остальные.

Режекторный фильтр: задерживает определенный диапазон частот и пропускает остальные.

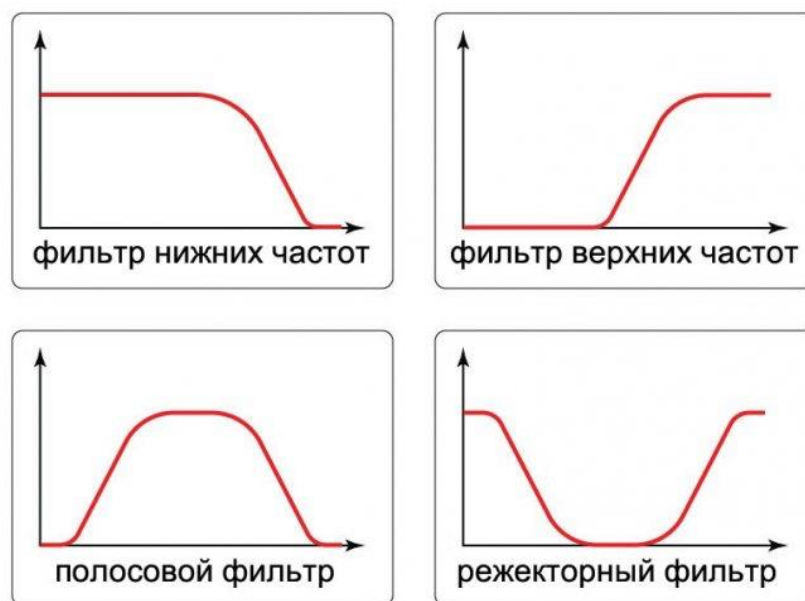


Рисунок 1.5 – Частотная характеристика фильтров [14]

В данной дипломной работе для исследования применяется фильтр нижних частот (ФНЧ). ФНЧ является базовым элементом в теории аналоговой фильтрации: на его основе путём частотных преобразований можно синтезировать фильтры верхних частот, полосовые и режекторные фильтры. Это делает его особенно удобным как для анализа, так и для практического применения в инженерных системах [5]

Линейная фильтрация – процесс преобразования входного сигнала для сохранения его полезных свойств и устранения шума, и как следствие результат работы линейного фильтра. Она представляет собой одну из ключевых областей в теории обработки сигналов, которая находит широкое применение в следующих сферах [3].

Электроника: фильтрация шумов в аудио и видеосигналах, подавление помех в радиоприемниках.

Обработка изображений: сглаживание изображений, удаление шумов, выделение краев.

Связь: Формирование сигналов, подавление помех в каналах связи.

Управление: фильтрация измерений для повышения точности управления.

1.2 Показатели качества системы фильтрации

Показатели качества системы фильтрации влияют на выделение полезного сигнала и устранение помех. Их можно получить по расчетным или экспериментально полученным характеристикам с применением прямых или косвенных показателей как это представлено на рисунке 1.1.



Рисунок 1.6 – Схема показателей качества системы фильтрации

Источник: адаптировано автором из [9]

Прямые показатели определяются, опираясь на кривую переходного процесса. Основными представителями прямых показателей являются время переходного процесса $t_{п.п}$ и перерегулирование σ .

Время переходного процесса $t_{п.п}$ – определяет реакцию системы фильтрации на единичный ступенчатый сигнал при нулевых начальных условиях в передаточных функциях фильтров. [8,9]

Перерегулирование σ – отношение максимального отклонения переходной характеристики от установившегося значения, которое выражено в процентах к установившемуся значению [11].

Косвенные показатели, в свою очередь, определяют по распределению корней характеристического уравнения или по частотным характеристикам. Сюда относятся частотные и корневые характеристики [7,11].

Частотные характеристики, точнее амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) и фазо-частотная характеристика (ФЧХ) позволяют судить о качестве переходных процессов [12].

АЧХ демонстрирует зависимость изменения амплитуды сигнала от частоты, в то время как ФЧХ демонстрирует фазовые искажения, которые возникают в процессе фильтрации [12].

Корневые характеристики – это параметры, определяющие динамические свойства замкнутой системы управления. К ним относятся коэффициент затухания, собственная частота, время установления и устойчивость. Эти

характеристики напрямую зависят от расположения корней характеристического уравнения на комплексной плоскости [12].

1.3 Вывод по главе

В рассматриваемой главе был представлен обзор методов линейной фильтрации сигналов. Рассмотренные в данной главе сведения по линейной фильтрации сигналов позволили сформировать общее представление о принципах функционирования фильтров и их классификациях. Были проанализированы особенности различных типов фильтров, включая Баттерворта, Чебышева, Бесселя и эллиптические, с точки зрения их амплитудно-частотных свойств и применимости к задачам измерения. Выявлено, что фильтр Баттерворта благодаря своей плавной частотной характеристике наиболее подходит для задач, требующих высокой точности и минимальных искажений. Также рассмотрены показатели, применяемые для оценки качества фильтрации — как напрямую характеризующие переходный процесс, так и отражающие поведение системы на частотной и корневой плоскостях. Полученные теоретические знания служат основой для выбора фильтра и последующего проектирования системы обработки сигналов.

2 Разработка алгоритма картирования корневых локусов фильтров

В рассматриваемой главе данной дипломной работы представлены результаты разработки алгоритма картирования корневых локусов фильтров, характеризующих устойчивость и влияющих на показатели качества системы фильтрации.

2.1 Алгоритм картирования корневых локусов фильтров

Разрабатываемый алгоритм картирования корневых локусов фильтров в своей структуре должен сочетать процедуру действий, реализующих поэтапность идентификации значений корневых локусов, рассматриваемых фильтров на основе полинома Баттерворта от первого по шестой порядок. Важно отметить, что само по себе решение второй поставленной задачи, а именно разработки алгоритма считается нетривиальным, поскольку должен охватывать поэтапное решение следующих трех ключевых подзадач:

1. Расчет и ввод низкочастотного фильтра $W(s)$ соответствующего порядка.
2. Компьютерное моделирование и построение нуль-полусной диаграммы.
3. Визуализация и определение значений нулей и полюсов на s -плоскости.

Для визуального понимания алгоритма была разработана блок-схема, представленная на рисунке 2.1.

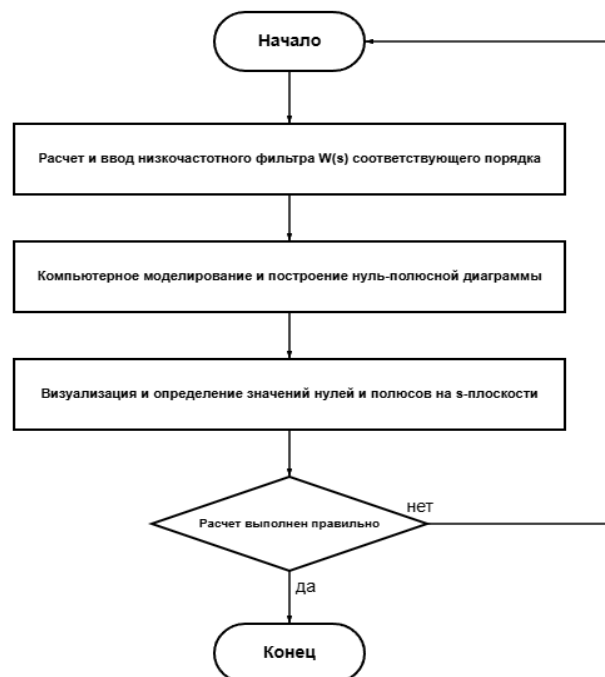


Рисунок 2.1 – Блок-схема алгоритма картирования корневых локусов системы низкочастотной фильтрации измерительных сигналов

2.2 Расчет и ввод низкочастотного фильтра соответствующего порядка

Процесс расчёта и ввода низкочастотного фильтра начинается с его синтеза. Синтез фильтров нижних частот, аппроксимированный полиномом Баттерворта от первого по шестой порядок осуществляются решением ряда математических задач. В частности, нахождением коэффициентов знаменателя фильтров и их полюсов. Аналитические данные задачи имеют следующий вид: Передаточная функция Баттерворта [16]:

$$W(s) = \frac{1}{B_n(s)}, \quad (2.1)$$

где $B_n(s)$ – знаменатель передаточной функции, т. е. характеристический полином, который построен на основе полюсов, располагающихся на единичной окружности в левой полуплоскости комплексной плоскости.

Полюса берутся только в левой полуплоскости, т. к. они отвечают за устойчивость системы, соответственно в правой полуплоскости они будут не стабильны.

Коэффициенты вычисляются путем умножения множителей вида:

$$B_n(s) = (s - s_k), \quad (2.2)$$

где s_k - полюсы Баттерворта, расположенные по окружности под определенными углами.

Прежде чем реализовать вычисления полиномов, нужно провести вычисление нахождения полюсов фильтра Баттерворта. Полюсы из левой s -полуплоскости определяются выражением:

$$s_k = -\sin\left(\frac{2k-1}{2n}\pi\right)\omega_c + j\cos\left(\frac{2k-1}{2n}\pi\right)\omega_c, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (2.3)$$

где k – номер полюса, n – порядок фильтра, ω_c – частота среза.

Т. к. при нормализации фильтра мы искусственно задаем $\omega_c = \frac{1\text{рад}}{c}$, то в последующих вычислениях можно данным значением пренебречь. Следовательно:

$$s_k = -\sin\left(\frac{2k-1}{2n}\pi\right) + j\cos\left(\frac{2k-1}{2n}\pi\right), \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (2.3.1)$$

Расчеты полюсов с 1-го по 6-ой порядок:

При $n=1$:

$k = 1$

$$s_1 = -\sin\left(\frac{2 \times 1 - 1}{2 \times 1}\pi\right) + j\cos\left(\frac{2 \times 1 - 1}{2 \times 1}\pi\right) = -\sin\frac{\pi}{2} + j\cos\frac{\pi}{2} = -1 + 0 = -1$$

При $n=2$:

$k = 1, 2$

$$s_1 = -\sin\left(\frac{2 \times 1 - 1}{2 \times 2} \pi\right) + j\cos\left(\frac{2 \times 1 - 1}{2 \times 2} \pi\right) = -\sin\frac{\pi}{4} + j\cos\frac{\pi}{4} = -0.707 + j0.707$$

$$s_2 = -\sin\left(\frac{2 \times 2 - 1}{2 \times 2} \pi\right) + j\cos\left(\frac{2 \times 2 - 1}{2 \times 2} \pi\right) = -\sin\frac{3\pi}{4} + j\cos\frac{3\pi}{4} = -0.707 - j0.707$$

При $n=3$:

$k = 1, 2, 3$

$$s_1 = -\sin\left(\frac{2 \times 1 - 1}{2 \times 3} \pi\right) + j\cos\left(\frac{2 \times 1 - 1}{2 \times 3} \pi\right) = -\sin\frac{\pi}{6} + j\cos\frac{\pi}{6} \\ = -0.5 + j0.866$$

$$s_2 = -\sin\left(\frac{2 \times 2 - 1}{2 \times 3} \pi\right) + j\cos\left(\frac{2 \times 2 - 1}{2 \times 3} \pi\right) = -\sin\frac{3\pi}{6} + j\cos\frac{3\pi}{6} \\ = -\sin\frac{\pi}{2} + j\cos\frac{\pi}{2} = -1 + 0 = -1$$

$$s_3 = -\sin\left(\frac{2 \times 3 - 1}{2 \times 3} \pi\right) + j\cos\left(\frac{2 \times 3 - 1}{2 \times 3} \pi\right) = -\sin\frac{5\pi}{6} + j\cos\frac{5\pi}{6} \\ = -0.5 - j0.866$$

При $n=4$:

$k = 1, 2, 3, 4$

$$s_1 = -\sin\left(\frac{2 \times 1 - 1}{2 \times 4} \pi\right) + j\cos\left(\frac{2 \times 1 - 1}{2 \times 4} \pi\right) = -\sin\frac{\pi}{8} + j\cos\frac{\pi}{8} \\ = -0.383 + j0.924$$

$$s_2 = -\sin\left(\frac{2 \times 2 - 1}{2 \times 4} \pi\right) + j\cos\left(\frac{2 \times 2 - 1}{2 \times 4} \pi\right) = -\sin\frac{3\pi}{8} + j\cos\frac{3\pi}{8} \\ = -0.924 + j0.383$$

$$s_3 = -\sin\left(\frac{2 \times 3 - 1}{2 \times 4} \pi\right) + j\cos\left(\frac{2 \times 3 - 1}{2 \times 4} \pi\right) = -\sin\frac{5\pi}{8} + j\cos\frac{5\pi}{8} \\ = -0.924 + (-j0.383) = -0.924 - j0.383$$

$$s_4 = -\sin\left(\frac{2 \times 4 - 1}{2 \times 4} \pi\right) + j\cos\left(\frac{2 \times 4 - 1}{2 \times 4} \pi\right) = -\sin\frac{7\pi}{8} + j\cos\frac{7\pi}{8} \\ = -0.383 + (-j0.924) = -0.383 - j0.924$$

При $n=5$:

$k = 1, 2, 3, 4, 5$

$$s_1 = -\sin\left(\frac{2 \times 1 - 1}{2 \times 5} \pi\right) + j\cos\left(\frac{2 \times 1 - 1}{2 \times 5} \pi\right) = -\sin\frac{\pi}{10} + j\cos\frac{\pi}{10} \\ = -0.309 + j0.951$$

$$s_2 = -\sin\left(\frac{2 \times 2 - 1}{2 \times 5} \pi\right) + j\cos\left(\frac{2 \times 2 - 1}{2 \times 5} \pi\right) = -\sin\frac{3\pi}{10} + j\cos\frac{3\pi}{10} \\ = -0.809 + j0.588$$

$$s_3 = -\sin\left(\frac{2 \times 3 - 1}{2 \times 5} \pi\right) + j\cos\left(\frac{2 \times 3 - 1}{2 \times 5} \pi\right) = -\sin\frac{5\pi}{10} + j\cos\frac{5\pi}{10} \\ = -\sin\frac{\pi}{2} + j\cos\frac{\pi}{2} = -1 + 0 = -1$$

$$s_4 = -\sin\left(\frac{2 \times 4 - 1}{2 \times 5} \pi\right) + j\cos\left(\frac{2 \times 4 - 1}{2 \times 5} \pi\right) = -\sin\frac{7\pi}{10} + j\cos\frac{7\pi}{10}$$

$$= -0.809 + (-j0.588) = -0.809 - j0.588$$

$$s_5 = -\sin\left(\frac{2 \times 5 - 1}{2 \times 5} \pi\right) + j\cos\left(\frac{2 \times 5 - 1}{2 \times 5} \pi\right) = -\sin\frac{9\pi}{10} + j\cos\frac{9\pi}{10}$$

$$= -0.309 + (-j0.951) = -0.309 - j0.951$$

При $n=6$:

$k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

$$s_1 = -\sin\left(\frac{2 \times 1 - 1}{2 \times 6} \pi\right) + j\cos\left(\frac{2 \times 1 - 1}{2 \times 6} \pi\right) = -\sin\frac{\pi}{12} + j\cos\frac{\pi}{12}$$

$$= -0.259 + j0.966$$

$$s_2 = -\sin\left(\frac{2 \times 2 - 1}{2 \times 6} \pi\right) + j\cos\left(\frac{2 \times 2 - 1}{2 \times 6} \pi\right) = -\sin\frac{3\pi}{12} + j\cos\frac{3\pi}{12}$$

$$= -\sin\frac{\pi}{4} + j\cos\frac{\pi}{4} = -0.707 + j0.707$$

$$s_3 = -\sin\left(\frac{2 \times 3 - 1}{2 \times 6} \pi\right) + j\cos\left(\frac{2 \times 3 - 1}{2 \times 6} \pi\right) = -\sin\frac{5\pi}{12} + j\cos\frac{5\pi}{12}$$

$$= -0.966 + j0.259$$

$$s_4 = -\sin\left(\frac{2 \times 4 - 1}{2 \times 6} \pi\right) + j\cos\left(\frac{2 \times 4 - 1}{2 \times 6} \pi\right) = -\sin\frac{7\pi}{12} + j\cos\frac{7\pi}{12}$$

$$= -0.966 + (-j0.259) = -0.966 - j0.259$$

$$s_5 = -\sin\left(\frac{2 \times 5 - 1}{2 \times 6} \pi\right) + j\cos\left(\frac{2 \times 5 - 1}{2 \times 6} \pi\right) = -\sin\frac{9\pi}{12} + j\cos\frac{9\pi}{12}$$

$$= -\sin\frac{3\pi}{4} + j\cos\frac{3\pi}{4} = -0.707 + (-j0.707) = -0.707 - j0.707$$

$$s_6 = -\sin\left(\frac{2 \times 6 - 1}{2 \times 6} \pi\right) + j\cos\left(\frac{2 \times 6 - 1}{2 \times 6} \pi\right) = -\sin\frac{11\pi}{12} + j\cos\frac{11\pi}{12}$$

$$= -0.259 + (-j0.966) = -0.259 - j0.966$$

Таблица 2.1 – Найденные полюса математическим путем

n	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6
1	-1					
2	-0.707+j0.707	-0.707-j0.707				
3	-0.5+j0.866	-1	-0.5-j0.866			
4	-0.383+j0.924	-0.924+j0.383	-0.924-j0.383	-0.383-j0.924		
5	-0.309+j0.951	-0.809+j0.588	-1	-0.809-j0.588	-0.309-j0.951	
6	-0.259+j0.966	-0.707+j0.707	-0.966+j0.259	-0.966-j0.259	-0.707-j0.707	-0.259-j0.966

Зная чему равны полюса для каждого порядка, начиная от первого до шестого, можно приступить к вычислению полином, следовательно знаменателя передаточной функции.

Используя формулу (2.2), подставляем значения из таблицы 2.1.

При $n=1$:

$$B_1(s) = s - s_1 = s - (-1) = s + 1$$

При $n=2$:

$$B_2(s) = (s - s_1)(s - s_2) = (s - (-0.707 + j0.707))(s - (-0.707 - j0.707)) = (s + 0.707 - j0.707)(s + 0.707 + j0.707) = s^2 + 1.414s + 1$$

При $n=3$:

$$B_3(s) = (s - s_1)(s - s_2)(s - s_3) = (s - (-0.5 + j0.866))(s - (-1))(s - (-0.5 - j0.866)) = (s + 0.5 - j0.866)(s + 1)(s + 0.5 + j0.866) = (s + 1)(s + 0.5 - j0.866)(s + 0.5 + j0.866) = (s + 1)(s^2 + s + 1) = s^3 + s^2 + s + s^2 + s + 1 = s^3 + 2s^2 + 2s + 1$$

При $n=4$:

$$B_4(s) = (s - s_1)(s - s_2)(s - s_3)(s - s_4) = (s - (-0.383 + j0.924))(s - (-0.924 + j0.383))(s - (-0.924 - j0.383))(s - (-0.383 - j0.924)) = (s + 0.383 - j0.924)(s + 0.924 - j0.383)(s + 0.924 + j0.383)(s + 0.383 + j0.924)$$

Данный знаменатель можно разбить на два множителя:

$$(s + 0.383 - j0.924)(s + 0.383 + j0.924) \text{ и } (s + 0.924 - j0.383)(s + 0.924 + j0.383)$$

$$(s + 0.383 - j0.924)(s + 0.383 + j0.924) = (s + 0.383)^2 - (j0.924)^2 = s^2 + 2(0.383)s + 0.924^2 = s^2 + 0.766s + 1$$

$$(s + 0.924 - j0.383)(s + 0.924 + j0.383) = (s + 0.924)^2 - (j0.383)^2 = s^2 + 2(0.924)s + 0.383^2 = s^2 + 1.848s + 1$$

На выходе получаем два многочлена:

$$(s^2 + 0.766s + 1)(s^2 + 1.848s + 1) = s^4 + 2.613s^3 + 3.414s^2 + 2.613s + 1$$

При $n=5$:

$$B_5(s) = (s - s_1)(s - s_2)(s - s_3)(s - s_4)(s - s_5) = (s - (-0.309 + j0.951))(s - (-0.809 + j0.588))(s - (-1))(s - (-0.809 - j0.588))(s - (-0.309 - j0.951)) = (s + 0.309 - j0.951)(s + 0.809 - j0.588)(s + 1)(s + 0.809 + j0.588)(s + 0.309 + j0.951)$$

Данный знаменатель разбиваем на три множителя:

$$(s + 1), (s + 0.309 - j0.951)(s + 0.309 + j0.951) \text{ и } (s + 0.809 - j0.588)(s + 0.809 + j0.588)$$

$$(s + 0.309 - j0.951)(s + 0.309 + j0.951) = (s + 0.309)^2 - (j0.951)^2 = (s^2 + 0.618s + 0.095) - (-0.904) = s^2 + 0.618s + 1$$

$$(s + 0.809 - j0.588)(s + 0.809 + j0.588) = (s + 0.809)^2 - (j0.588)^2 = (s^2 + 1.618s + 0.654) - (-0.345) = s^2 + 1.618s + 1$$

На выходе получаем три многочлена:

$$(s + 1)(s^2 + 0.618s + 1)(s^2 + 1.618s + 1) = (s + 1)(s^4 + 1.618s^3 + s^2 + 0.618s^3 + s^2 + 0.618s + s^2 + 1.618s + 1) = (s + 1)(s^4 + 2.236s^3 + 3s^2 + 2.236s + 1) = s^5 + 3.236s^4 + 5.236s^3 + 5.236s^2 + 3.236s + 1$$

При $n=6$:

$$B_6(s) = (s - s_1)(s - s_2)(s - s_3)(s - s_4)(s - s_5)(s - s_6) = (s - (-0.259 + j0.966))(s - (-0.707 + j0.707))(s - (-0.966 + j0.259))(s - (-0.966 - j0.259))(s - (-0.707 - j0.707))(s - (-0.259 - j0.966)) = (s + 0.259 - j0.966)(s + 0.707 - j0.707)(s + 0.966 - j0.259)(s + 0.966 + j0.259)(s + 0.707 + j0.707)(s + 0.259 + j0.966)$$

Данный знаменатель разбиваем на три множителя:

$$(s + 0.259 - j0.966)(s + 0.259 + j0.966), (s + 0.707 - j0.707)(s + 0.707 + j0.707) \text{ и } (s + 0.966 - j0.259)(s + 0.966 + j0.259)$$

$$(s + 0.259 - j0.966)(s + 0.259 + j0.966) = (s + 0.259)^2 - (j0.966)^2 = s^2 + 0.518s + 0.067 - (-0.933) = s^2 + 0.518s + 1$$

$$(s + 0.707 - j0.707)(s + 0.707 + j0.707) = (s + 0.707)^2 - (j0.707)^2 = (s^2 + 1.414s + 0.499) - (-0.499) = s^2 + 1.414s + 1$$

$$(s + 0.966 - j0.259)(s + 0.966 + j0.259) = (s + 0.966)^2 - (j0.259)^2 = (s^2 + 1.932s + 0.933) - (-0.067) = s^2 + 1.932s + 1$$

В результате получается 3 многочлена:

$$(s^2 + 0.518s + 1)(s^2 + 1.414s + 1)(s^2 + 1.932s + 1) = (s^4 + 1.414s^3 + s^2 + 0.518s^3 + 0.732s^2 + 0.518s + s^2 + 1.414s + 1)(s^2 + 1.932s + 1) = (s^4 + 1.932s^3 + 3.732s^2 + 1.932s + 1)(s^2 + 1.932s + 1) = s^6 + 1.932s^5 + s^4 + 1.932s^5 + 3.732s^4 + 1.932s^3 + 2.732s^4 + 5.279s^3 + 2.732s^2 + 1.932s^3 + 3.732s^2 + 1.932s + s^2 + 1.932s + 1 = s^6 + 3.864s^5 + 7.464s^4 + 9.142s^3 + 7.464s^2 + 3.864s + 1$$

Таблица 2.2 – Найденные значения знаменателя передаточной функции

Номер порядка, n	Значения знаменателя передаточной функции
1	$s + 1$
2	$s^2 + 1.414s + 1$
3	$s^3 + 2s^2 + 2s + 1$
4	$s^4 + 2.613s^3 + 3.414s^2 + 2.613s + 1$
5	$s^5 + 3.236s^4 + 5.236s^3 + 5.236s^2 + 3.236s + 1$
6	$s^6 + 3.864s^5 + 7.464s^4 + 9.142s^3 + 7.464s^2 + 3.864s + 1$

Далее подставляем значения полиномов из таблицы 2.2 в формулу (2.1) для нахождения передаточных функций, результат которых отображен в таблице 2.3.

Таблица 2.3 – Передаточная функция Баттерворта с 1-го по 6-ой порядок

n	Передаточная функция
1	$\frac{1}{s + 1}$
2	$\frac{1}{s^2 + 1.414s + 1}$
3	$\frac{1}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1}$
4	$\frac{1}{s^4 + 2.613s^3 + 3.414s^2 + 2.613s + 1}$
5	$\frac{1}{s^5 + 3.236s^4 + 5.236s^3 + 5.236s^2 + 3.236s + 1}$
6	$\frac{1}{s^6 + 3.864s^5 + 7.464s^4 + 9.142s^3 + 7.464s^2 + 3.864s + 1}$

2.3 Компьютерное моделирование и построение нуль-полюсной диаграммы

Для данного исследования все процессы моделирования проводились в среде MATLAB, являющейся обширной платформой для проектирования систем автоматического управления. После определения передаточной функции для системы было выполнено построение нулевого полюса с использованием автоматической функции, называемой pzplot.

Нуль-полюсная диаграмма — это графическое “изображение” корней знаменателя и числителя передаточной функции на комплексной плоскости. Эти точечные объекты имеют форму нулей, когда числитель равен нулю в первом случае, и полюсов во втором случае - когда знаменатель равен нулю. По баллам можно судить о динамике системы – стабильности, типе переходного процесса, частоте и т. д.

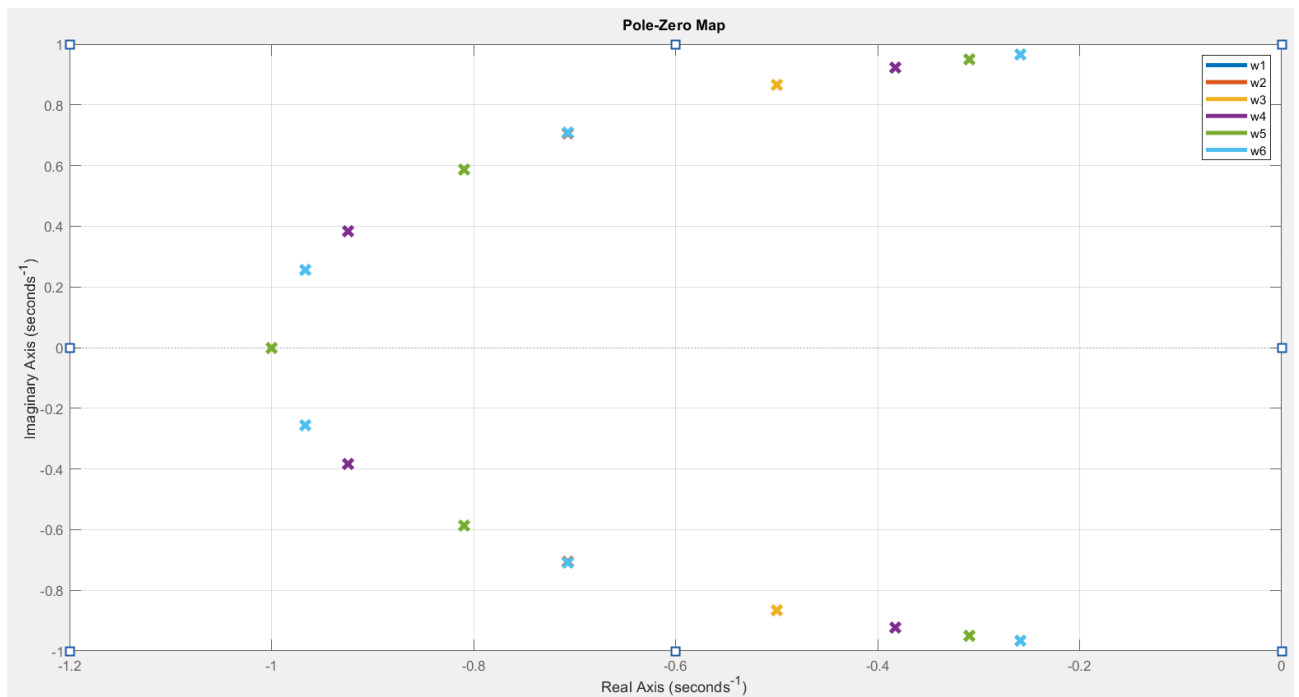


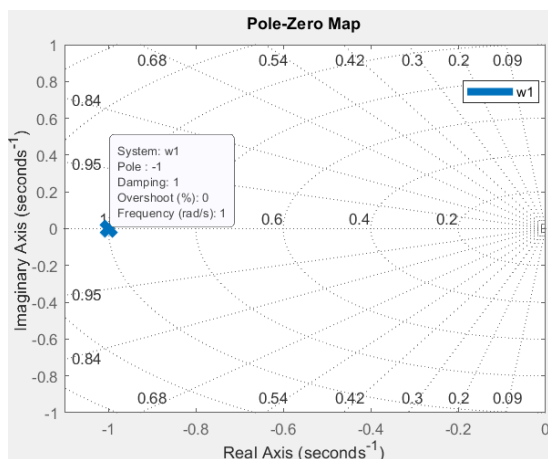
Рисунок 2.2 – Построение нуль-поллюсной диаграммы

На рисунке 2.2 представлена нуль-поллюсная диаграмма, демонстрирующая распределение полюсов фильтров различных порядков от первого до шестого. Каждый цвет соответствует фильтру определённого порядка, обозначенному в легенде (w1–w6). Полюса расположены симметрично относительно действительной оси и не выходят в правую полуплоскость, что подтверждает устойчивость всех моделей. Это типично для низкочастотных фильтров Баттерворта, отличающихся максимальной плоскостью амплитудно-частотной характеристики в полосе пропускания.

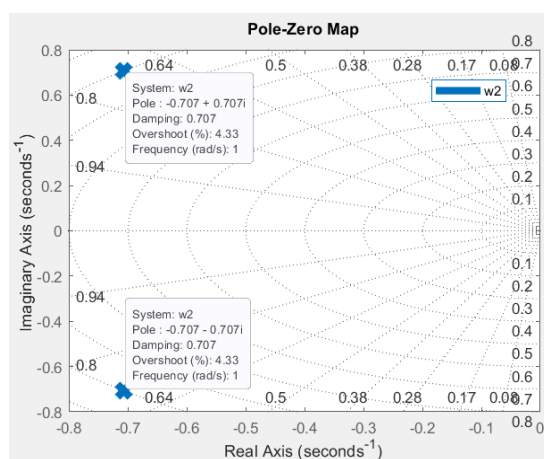
Можно отметить, что с ростом порядка фильтра полюса всё плотнее располагаются по дуге, приближаясь к мнимой оси, что отражает усиление крутизны спада характеристики. Отсутствие нулей на диаграмме также согласуется с теорией: в классических низкочастотных фильтрах Баттерворта нули отсутствуют, и передаточная функция имеет только полюса.

2.4 Визуализация и определение значений нулей и полюсов на s-плоскости

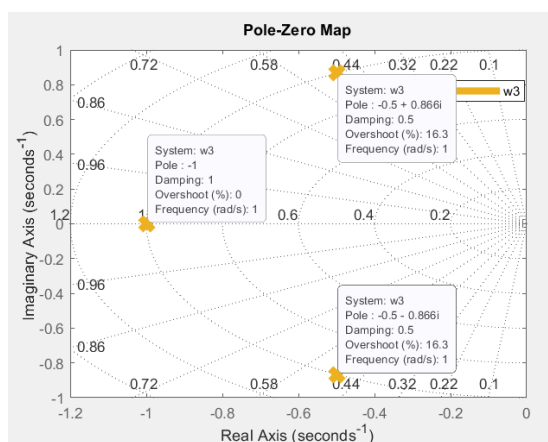
Оценка расположения корней и нулей на s-плоскости дает понятие основных характеристик динамических свойств различных систем управления и фильтрации сигналов. Полюса и нули передаточной функции помогают лучше понять, где проходят границы стабильности системы, что скрывалось за этими характеристиками, и что делает нашу систему способной затухать либо же наоборот, передавать все принимаемые сигналы без изменений.



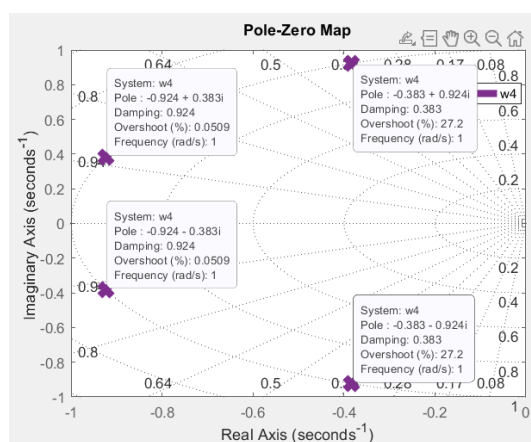
а)



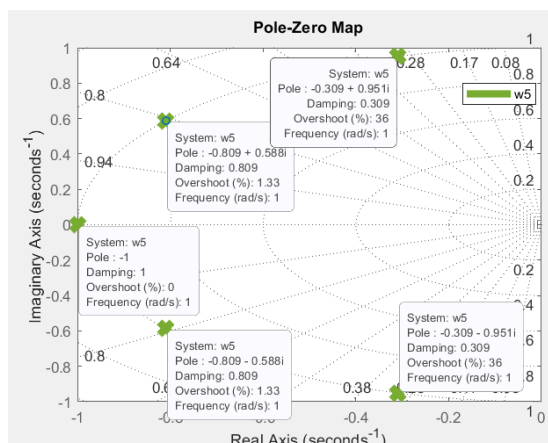
б)



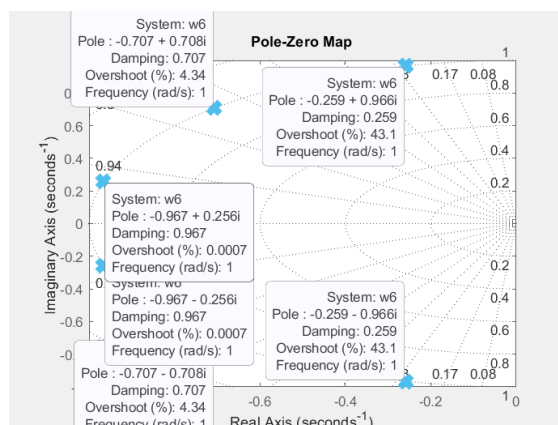
в)



г)



д)



е)

Рисунок 2.3 – Визуализация значений нулей и полюсов на s-плоскости: а) для 1-го порядка, б) для 2-го порядка, в) для 3-го порядка, г) для 4-го порядка, д) для 5-го порядка, е) для 6-го порядка

На рисунке 2.3 представлены шесть подрисунков (а–е), каждый из которых соответствует фильтру определённого порядка. Для фильтров 1–2 порядка

наблюдаются реальные полюса, что указывает на апериодический характер динамики. Начиная с 3-го порядка появляются комплексные сопряжённые полюса, что указывает на колебательные звенья в структуре фильтра.

Таблица 2.4 – Определенные значение нулей и полюсов на s-плоскости

n	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6
1	-1					
2	-0.707+j0.707	-0.707+j0.707				
3	-0.5+j0.866	-1	-0.5-j0.866			
4	-0.383+0.924j	-0.924+j0.383	-0.924-j0.383	-0.383-j0.924		
5	-0.309+j0.951	-0.809+j0.588	-1	-0.809+j0.588	-0.309-j0.951	
6	-0.259+j0.966	-0.707+j0.708	-0.967+j0.256	-0.967-j0.256	-0.707-j0.708	-0.259-j0.966

Для оценки точности результатов был проведён сравнительный анализ координат корней характеристического уравнения, полученных двумя методами: аналитическим (вручную, по формулам) и численным (посредством инструмента pzplot в среде MATLAB).

Сравнение показало, что в обоих случаях структура комплексных корней соответствует теоретически ожидаемому распределению: корни располагаются симметрично относительно вещественной оси, и их модуль приближается к единице, что характерно для нормированных фильтров низких частот. Однако при более детальном сопоставлении чисел можно заметить незначительные расхождения между координатами, особенно в дробных частях комплексных значений.

Так, например, в случае фильтра шестого порядка, аналитически полученное значение корня $s^2 = -0.707 + j0.707$, тогда как MATLAB дал приближённое значение $s^2 = -0.707 + j0.708$. Аналогичные расхождения наблюдаются и в других строках.

Исходя из этого, можно сделать вывод, что математический метод вычисления полюсов является более достоверным в контексте точности, особенно в задачах, где важно получить строгое аналитическое выражение без округлений. MATLAB, в свою очередь, остаётся удобным инструментом для оперативного анализа и графического представления, однако может вносить числовые погрешности, которые следует учитывать при проведении точных сравнений или синтеза систем.

2.5 Оценка показателей качества системы фильтрации

Для анализа эффективности работы фильтрационной системы необходимо опираться на ряд количественных характеристик, отражающих её поведение как во временной, так и в частотной областях. Эти характеристики принято условно делить на две группы: прямые и косвенные показатели.

Прямые показатели качества системы фильтрации:

1) Время переходного процесса

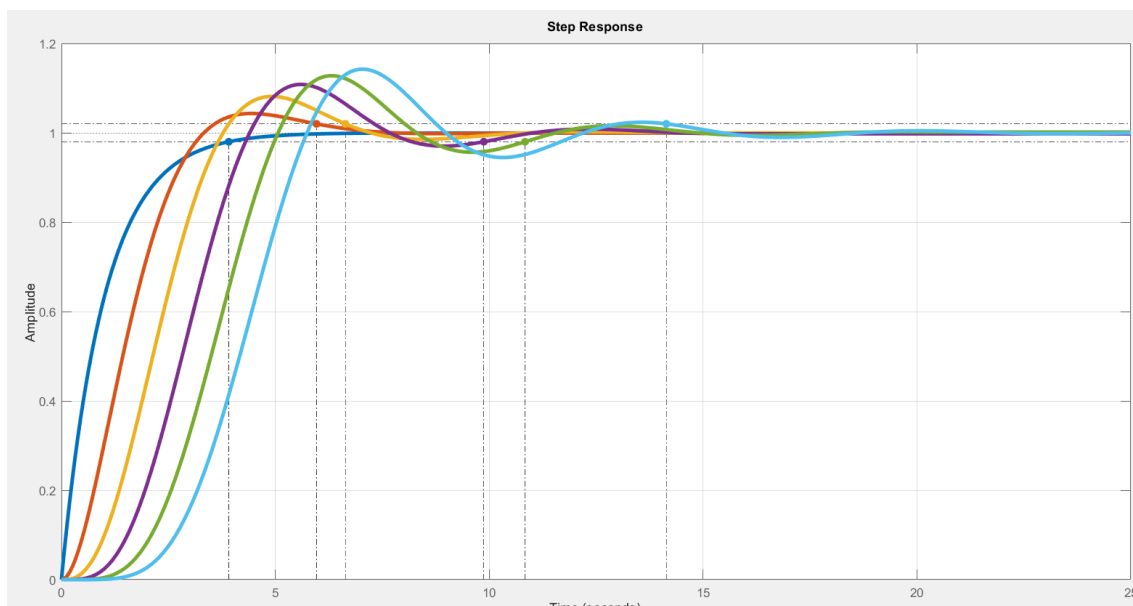


Рисунок 2.4 – График времени переходного процесса от первого по шестой порядок

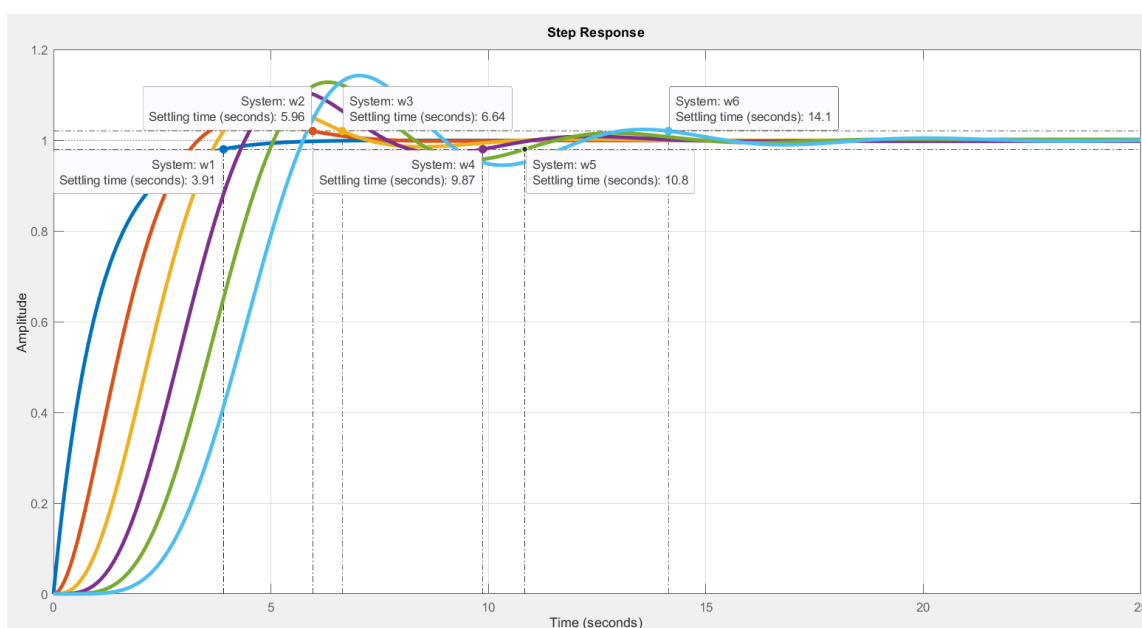


Рисунок 2.5 – График времени переходного процесса с отображенными результатами от первого по шестой порядок

На рисунке 2.4 изображены переходные характеристики системы. Ось X показывает время, ось Y отображает амплитуду отклика. График отражает изменения в поведении системы при ступенчатом воздействии. Он наглядно демонстрирует, как динамика системы меняется в зависимости от параметров.

На рисунке 2.5 отображены время переходного процесса, результаты которого представлены в таблице 2.5. Эти данные влияют на анализ влияния порядка системы на скорость ее отклика. На основании графика видно, что при

увеличении порядка системы, ее переходной процесс становится более затянутый.

Таблица 2.5 – Результаты измерения времени переходного процесса

Номер порядка, n	Время переходного процесса, с
1	3,91
2	5,96
3	6,64
4	9,87
5	10,8
6	14,1

2) Перерегулирование

По рисунку 2.3 также наглядно можно увидеть полученные результаты перерегулирования, представленные в таблице 2.6.

Таблица 2.6 – Полученные значения перерегулирования от первого по шестой порядок

Номер порядка, n	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6
1	0%					
2	4,33%	4,33%				
3	16,3%	0%	16,3%			
4	27,2%	0,0509%	0,0509%	27,2%		
5	36%	1,33%	0%	1,33%	36%	
6	43,1%	4,34%	0,0007%	0,007%	4,34%	43,1%

На основании представленных данных можно отметить тенденцию увеличения величины перерегулирования по мере возрастания порядка фильтрационной системы. Это указывает на усиление колебательных свойств отклика, характерных для систем с более сложной структурой. Максимальные значения перерегулирования, как правило, соответствуют крайним значениям индекса s , что позволяет предположить их ключевую роль в формировании формы отклика. Таким образом, увеличение порядка фильтра требует более тщательной настройки его параметров, поскольку не все корни в равной степени определяют поведение системы, и именно крайние полюса оказывают наибольшее влияние на переходный процесс.

Косвенные показатели качества системы фильтрации:

1) Амлитудно-частотные характеристики, фаза-частотные характеристики

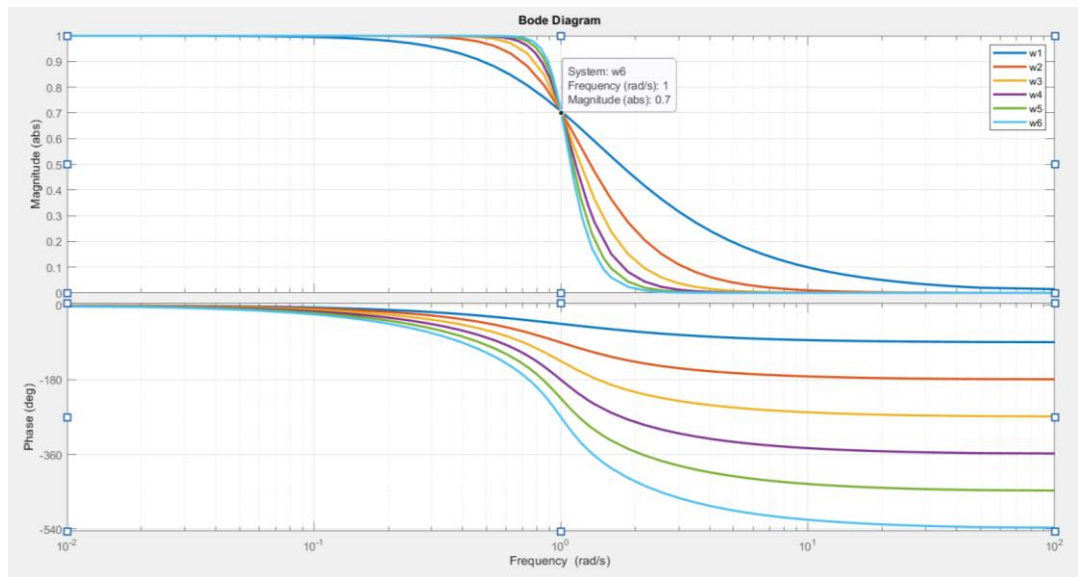


Рисунок 2.5 – График, отображающий АЧХ и ФЧХ

На рисунке 2.5 первая часть графика показывает изменение амплитуды, вторая изменение фазы. Видно, что с увеличением порядка системы полоса пропускания сужается и спад амплитудной характеристики становится более выраженным.

2) Корневые характеристики

При оценке качества фильтрации важно учитывать так называемые корневые характеристики. Эти параметры вычисляются на основе координат полюсов системы и позволяют сделать выводы о её динамическом поведении без необходимости выполнения моделирования.

2.6 Картирование корневого локуса

Корневой локус – это метод, который предназначен для поиска корней характеристического уравнения передаточной функции и их визуального отображения на графике при разных значениях параметров. В первую очередь, определяются корни уравнения при изменении параметров, а затем строится соответствующий график. Чаще всего в качестве параметра, который измеряют, выступает коэффициент усиления разомкнутой системы. При необходимости можно рассматривать и другие переменные. Корни находятся путем изменения этого коэффициента от нуля до бесконечности [15].

Корневой локус позволяет определить:

- 1) Устойчивость системы;
- 2) Динамические свойства, включая перерегулирование, затухание, время переходного процесса ;

3) Оптимальные параметры управления.

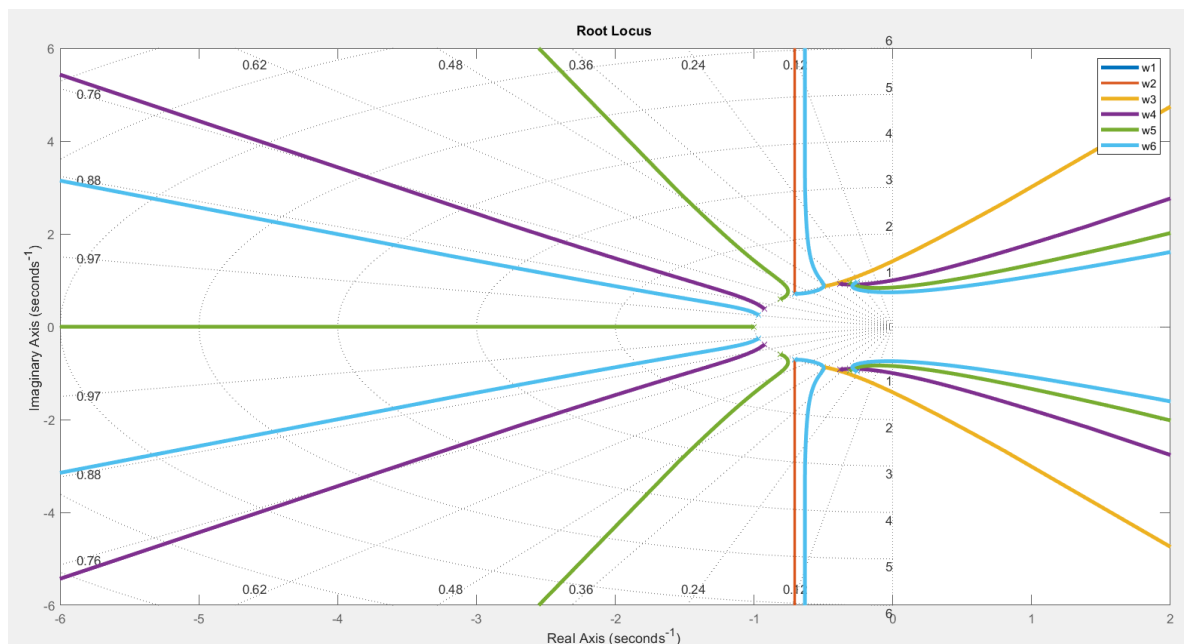


Рисунок 2.6 – Расстояние корневых локусов

На рисунке 2.6 изображены корневые локусы для систем от первого по шестой порядок. Каждая кривая соответствует изменению положения корней характеристического уравнения в зависимости от изменения порядка. По графику можно судить об устойчивости системы, так как все корни располагаются в левой полуплоскости.

Конечный результат картирования корневых локусов был представлен на рисунке 2.3 (а-е) от первого по шестой порядок. Корневой локус расширяется с ростом порядка, формируя более плотное кольцо из корней — что коррелирует с увеличением длительности переходного процесса.

Следовательно, график подтверждает, что корневые характеристики напрямую отражают качество фильтрации и могут использоваться для аналитической настройки фильтра ещё до расчёта АЧХ или переходной характеристики.

2.7 Вывод по главе

Во второй главе была разработана и реализована методика картирования корневых локусов низкочастотных фильтров, основанная на полиномах Баттерворта от первого до шестого порядка. Разработка включала синтез передаточных функций, определение полюсов, построение нуле-полюсных диаграмм и визуализацию корневых локусов на s-плоскости.

Проведённый анализ показал, что все модели обладают устойчивостью, так как их полюса находятся в левой полуплоскости. С увеличением порядка фильтра

наблюдается более крутой спад амплитудно-частотной характеристики и рост времени переходного процесса. Это указывает на усиление избирательности фильтрации, но также и на снижение скорости отклика.

Построенные диаграммы, характеристики и таблицы обеспечили всестороннюю оценку качества системы фильтрации, как с точки зрения динамических свойств, так и с точки зрения устойчивости. Полученные данные будут использованы на следующем этапе для выявления ассоциаций между характеристиками фильтрации и параметрами системы.

3 Оценка результативности фильтрации сигнала

В рассматриваемой главе данной дипломной работы представлены результаты синтеза аддитивной модели сигнала и помех, а также оценка погрешности фильтрации сигнала.

3.1 Постановка задачи

Рассматривается линейная система низкочастотной фильтрации, представленная выражением:

$$x(q) = s(q) + n(q),$$

где q – отсчеты измерения, $x(q)$ - зашумленный сигнал; $s(q)$ – тестовый сигнал, $n(q)$ – помеха измерений. При этом:

$$s(q) = x_m \sin(\omega t + \varphi_0),$$

где x_m – амплитуда, ω – частота сигнала помехи при 0,5 рад/с, φ – фазовый сдвиг. Модель сигнала помехи задана следующим образом:

$$n(q) = x_m \sin(\omega t + \varphi_0)$$

3.2 Синтез аддитивной модели сигнала и помех

Аддитивная модель создается для того, чтобы увидеть какой результат мы получим, соединяя полезный и зашумленный сигналы при прохождении через системы обработки сигналов.

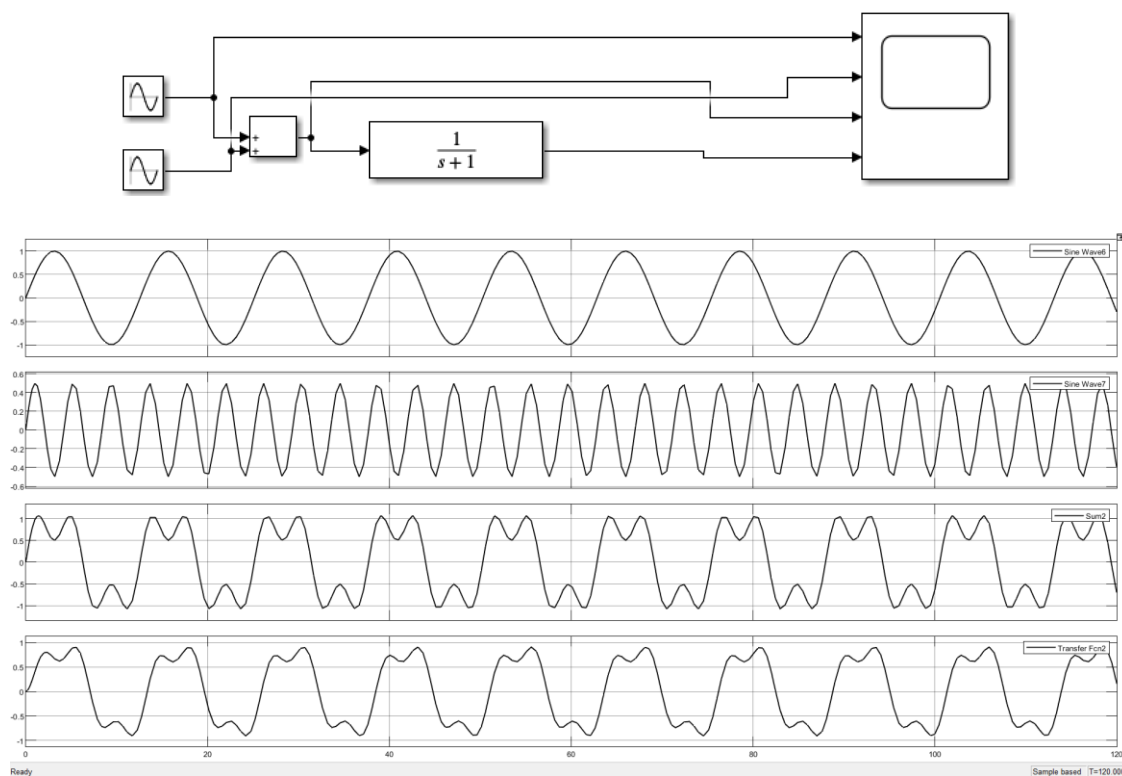
Заданные параметры:

Таблица 3.1 – Значения заданных параметров исходного и зашумленного сигналов

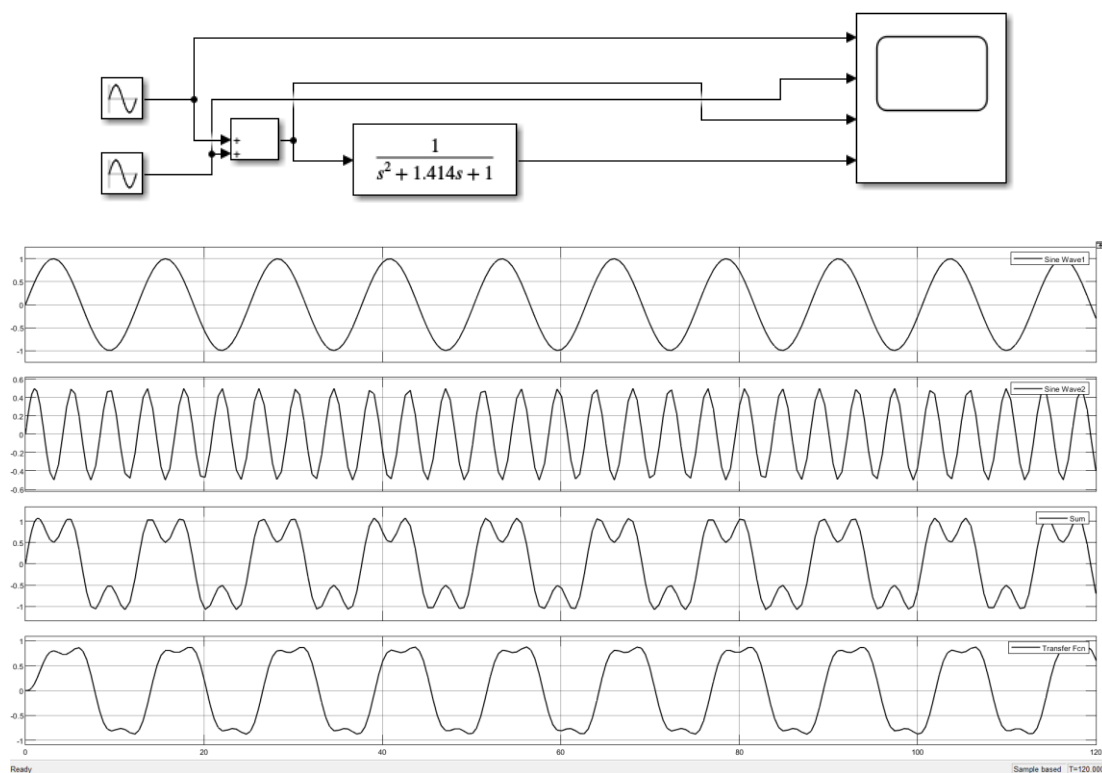
	Амплитуда	Частота
Исходный сигнал	1	0,5 рад/с
Зашумленный сигнал	0,5	1,5 рад/с
Фазовый сдвиг	0	0

Источник: исследование автора

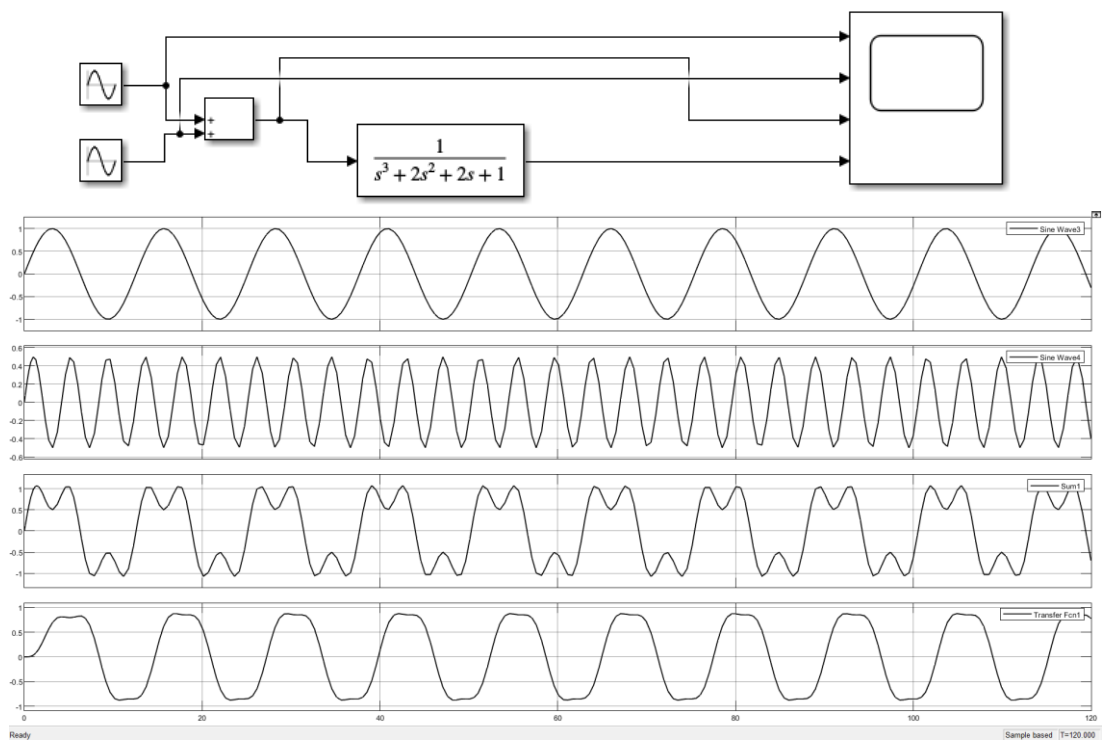
На рисунке 3.1 представлены модели низкочастотного фильтра в MATLAB:
а) для 1-го порядка, б) для 2-го порядка, в) для 3 -го порядка, г) для 4-го порядка,
д) для 5-го порядка, е) для 6-го порядка



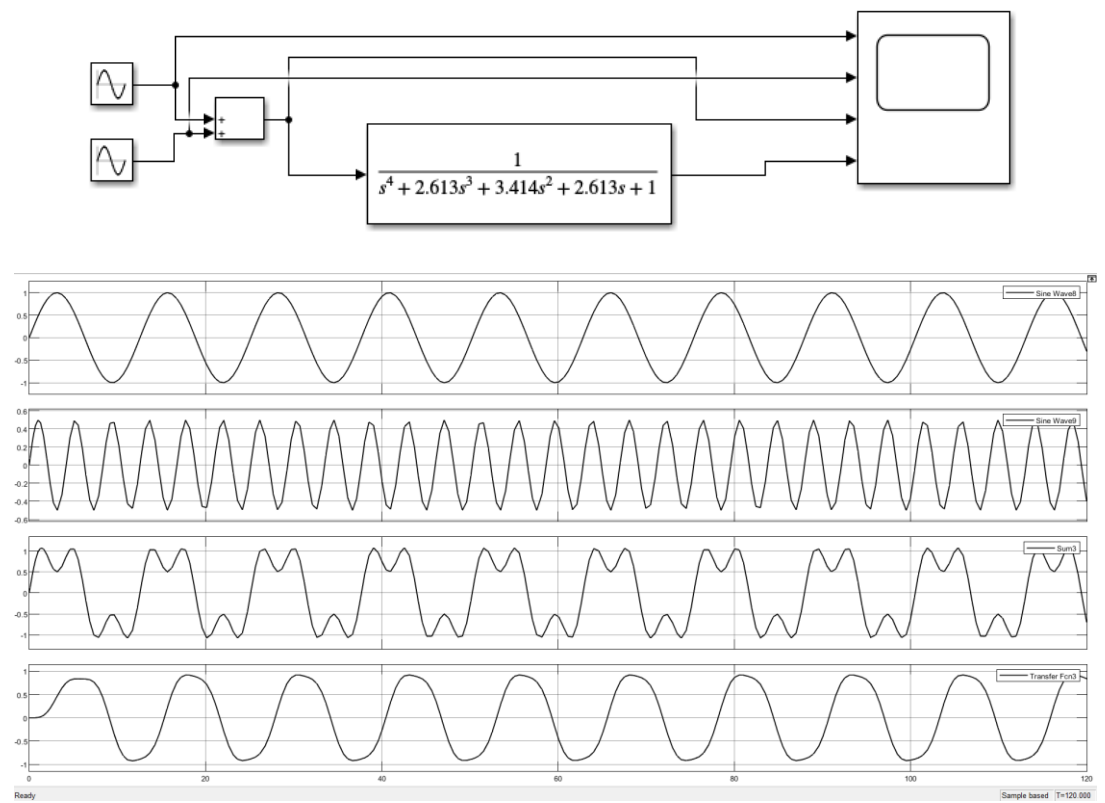
а)



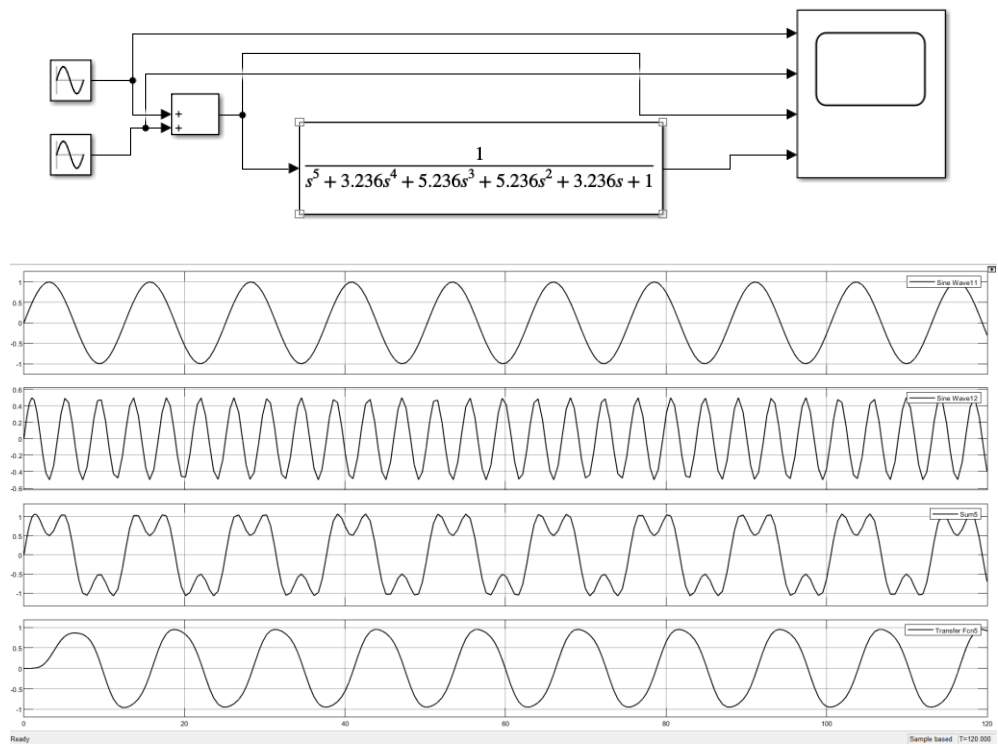
б)



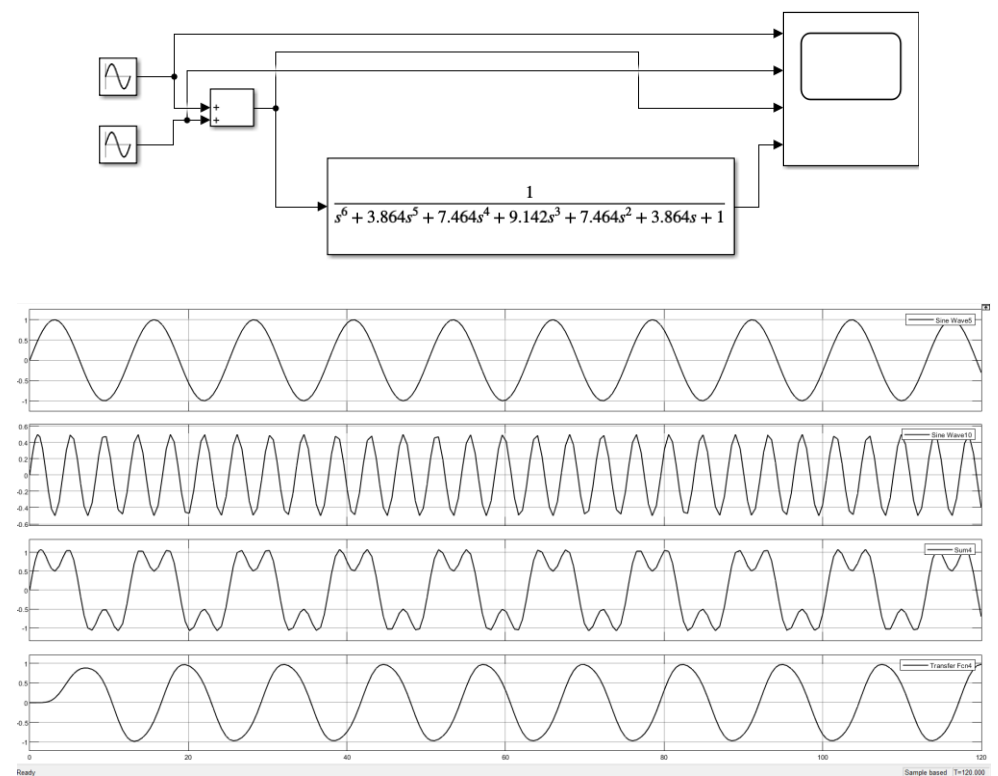
B)



г)



д)



е)

Рисунок 3.1 – Построение модели низкочастотного фильтра в MATLAB: а) для 1-го порядка, б) для 2-го порядка, в) для 3 -го порядка, г) для 4-го порядка, д) для 5-го порядка, е) для 6-го порядка

Исходя из рисунка 3.1 а):

- Сигнал практически не изменен, шум по-прежнему сильно заметен.
- Фильтрация минимальна, почти не влияет на высокочастотные компоненты.

Исходя из рисунка 3.1 б):

- Незначительное сглаживание, но шумовая компонента все еще выражена.
- Начинается подавление высокочастотных колебаний.

Исходя из рисунка 3.1 в):

- Улучшенное подавление шума.
- Сигнал становится более «чистым», видно общее колебание основной частоты.

Исходя из рисунка 3.1 г):

- Более гладкая форма сигнала, шум заметно снижен.
- Начинает выделяться структура полезного сигнала.

Исходя из рисунка 3.1 д):

- Сильное подавление шума, сигнал почти не содержит высокочастотной составляющей.
- Хороший баланс между фильтрацией и сохранением формы.

Исходя из рисунка 3.1 е):

- Наиболее сглаженный сигнал.
- Шум практически устранен, но возможна потеря мелких деталей исходного сигнала.

Результаты компьютерного моделирования на рисунке 3.1 а-е) наглядно демонстрируют подавление высокочастотных помех при увеличении порядка фильтра. Отфильтрованный сигнал сглаживается и образует более резкую характеристику среза, но возникает вероятность искажения фазовых характеристик.

При использовании фильтров низкого порядка (1–2) шум сохраняется почти в полном объёме, что делает фильтрацию неэффективной. С увеличением порядка (3–4) начинается более выраженное сглаживание, при этом полезный сигнал остаётся хорошо различимым. Начиная с 5-го порядка, шум значительно подавлен, и форма сигнала стабилизируется.

Однако при дальнейшем увеличении порядка фильтра (6 и выше) возможно избыточное сглаживание, при котором вместе с шумом могут теряться и незначительные элементы полезного сигнала. Это важно учитывать при выборе оптимального порядка фильтра для конкретной задачи.

Таким образом, результаты демонстрируют прямую зависимость качества фильтрации от порядка фильтра. Наилучший результат достигается при компромиссе между степенью подавления шума и сохранением формы исходного сигнала.

3.3 Оценка погрешности фильтрации сигнала

Для определения погрешности фильтрации сигнала используется следующая формула:

$$\delta(\%) = \frac{x_{\text{абс}}}{x_{\text{эталон}}} \times 100\%, \quad (3.1)$$

где $x_{\text{абс}}$ – абсолютный сигнал, $x_{\text{эталон}}$ – эталонный сигнал.

$$x_{\text{абс}} = x_{\text{эталон}} - x_{\text{измер}}, \quad (3.2)$$

где $x_{\text{абс}}$ – абсолютный сигнал, $x_{\text{эталон}}$ – эталонный сигнал, $x_{\text{измер}}$ – измеренный сигнал.

При $n=1$:

$$x_{\text{эталон}} = 1$$

$$x_{\text{измер}} = 0,903$$

$$x_{\text{абс}} = 1 - 0,903 = 0,097$$

$$\delta(\%) = \frac{0,097}{1} \times 100\% = 9,7\%$$

При $n=2$:

$$x_{\text{эталон}} = 1$$

$$x_{\text{измер}} = 0,861$$

$$x_{\text{абс}} = 1 - 0,861 = 0,139$$

$$\delta(\%) = \frac{0,139}{1} \times 100\% = 13,9\%$$

При $n=3$:

$$x_{\text{эталон}} = 1$$

$$x_{\text{измер}} = 0,825$$

$$x_{\text{абс}} = 1 - 0,825 = 0,175$$

$$\delta(\%) = \frac{0,175}{1} \times 100\% = 17,5\%$$

При $n=4$:

$$x_{\text{эталон}} = 1$$

$$x_{\text{измер}} = 0,836$$

$$x_{\text{абс}} = 1 - 0,836 = 0,164$$

$$\delta(\%) = \frac{0,164}{1} \times 100\% = 16,4\%$$

При $n=5$:

$$x_{\text{эталон}} = 1$$

$$x_{\text{измер}} = 0,862$$

$$x_{\text{абс}} = 1 - 0,862 = 0,128$$

$$\delta(\%) = \frac{0,128}{1} \times 100\% = 12,8\%$$

При $n=6$:

$$x_{\text{эталон}} = 1$$

$$x_{\text{измер}} = 0,879$$

$$x_{\text{абс}} = 1 - 0,879 = 0,121$$

$$\delta(\%) = \frac{0,121}{1} \times 100\% = 12,1\%.$$

Таблица 3.1 – Результаты измерений погрешности фильтрации сигналов

n	$U_{\text{тестовый}}, \text{mB}$	$U_{\text{max}} \text{B}$	$\delta, \%$
1	1	0,903	9,7
2	1	0,861	13,9
3	1	0,825	17,5
4	1	0,836	16,4
5	1	0,862	12,8
6	1	0,878	12,1

Результаты измерений погрешности фильтрации сигналов возрастают до 3-го порядка, после идут на снижение, опровергая линейные характеристики системы.

3.4 Вывод по главе

В главе была синтезирована аддитивная модель сигнала и помехи с помощью программы MATLAB. Полученные графики отражают сглаживание отфильтрованного сигнала с увеличением порядка системы. Вместе со сглаживанием появляется вероятность искажения фазовых характеристик. Также этим осложняется нахождение экстремумов. Оценка погрешности фильтрации сигнала показала, что данная линейная система имеет свойства нелинейной фильтрации, что может повлиять на дальнейший поиск ассоциации с показателями качества путем линейной фильтрации.

4. Влияние параметров и локусов фильтров на показатели качества фильтрации

В данной главе проводится исследование взаимосвязей между параметрами систем фильтрации и характеристиками их работы. Основное внимание уделено анализу ассоциаций между порядком фильтрации, положением корневых локусов и ключевыми показателями качества — временем переходного процесса и процентной погрешностью. Выявленные зависимости позволяют оценить, насколько эффективно изменения в структуре фильтра отражаются на динамике и точности обработки сигнала. Для количественной оценки использованы методы статистического анализа и визуализации данных.

4.1 Ассоциации между порядком фильтрации, локусами и временем переходного процесса

Для объективной оценки влияния параметров фильтрации на характеристики системы была проведена комплексная аналитическая работа, включающая визуализацию результатов в форме графиков, а также применение методов корреляционного однофакторного дисперсионного анализа. Это позволило установить взаимосвязи между корневыми локусами и показателями качества фильтрации, в частности — временем переходного процесса и характеристиками устойчивости.

Статическая обработка данных, включая построение графиков, расчет коэффициентов корреляции, проведение однофакторного дисперсионного анализа была выполнена с использованием табличного процессора Microsoft Excel. Полученные численные результаты статистического анализа, включая значения корреляционных коэффициентов, итогов дисперсионного анализа, приведены в приложениях А, Б.

В данном подпункте будет рассмотрено три зависимости:

- 1) Зависимость времени переходного процесса от номера порядка фильтра системы;
- 2) Зависимость порядка системы от корневого локуса;
- 3) Зависимость корневого локуса от времени переходного процесса.

Зависимость времени переходного процесса от номера порядка фильтра системы представлена на рисунке 4.1.

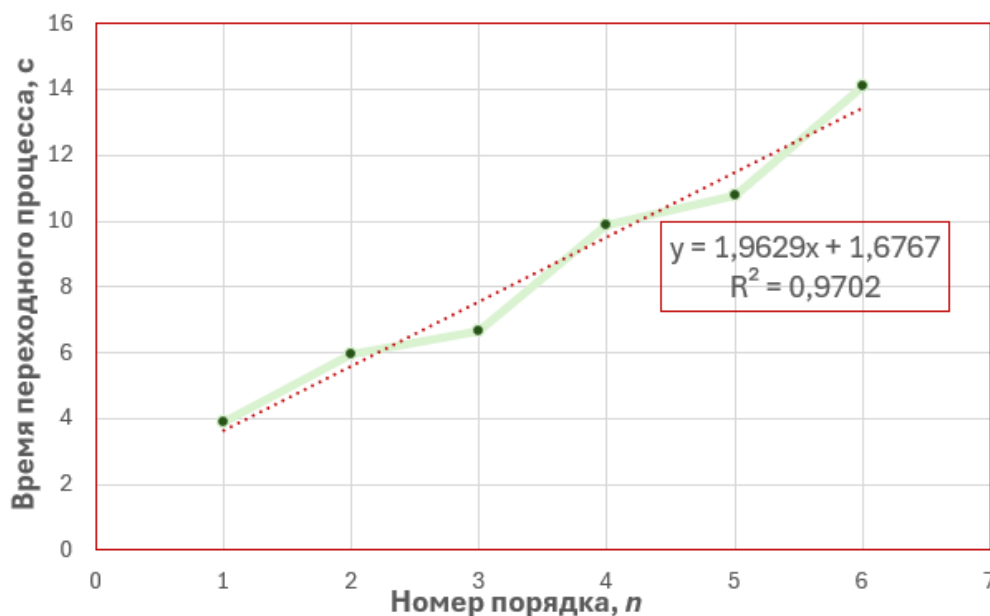


Рисунок 4.1 – График зависимости времени переходного процесса от n линейной фильтрации

Уравнение регрессии: $y = 1,9629x + 1,6767$, $R^2 = 0,9702$

График на рисунке 4.1 демонстрирует линейную зависимость между порядком системы и временем переходного процесса. Согласно результатам регрессионного анализа, наблюдается высокая степень корреляции ($R = 0,985$), что свидетельствует о линейной зависимости. Коэффициент детерминации $R^2=0,9702$ указывает на то, что 97,02% изменчивости времени переходного процесса объясняется изменением порядка системы. Значение $p=0,041$ подтверждает статистическую значимость модели при уровне значимости $\alpha = 0,05$. Таким образом, с увеличением порядка системы наблюдается линейный рост времени выхода на установившееся состояние.

Зависимость порядка системы от корневого локуса представлена на рисунке 4.2.

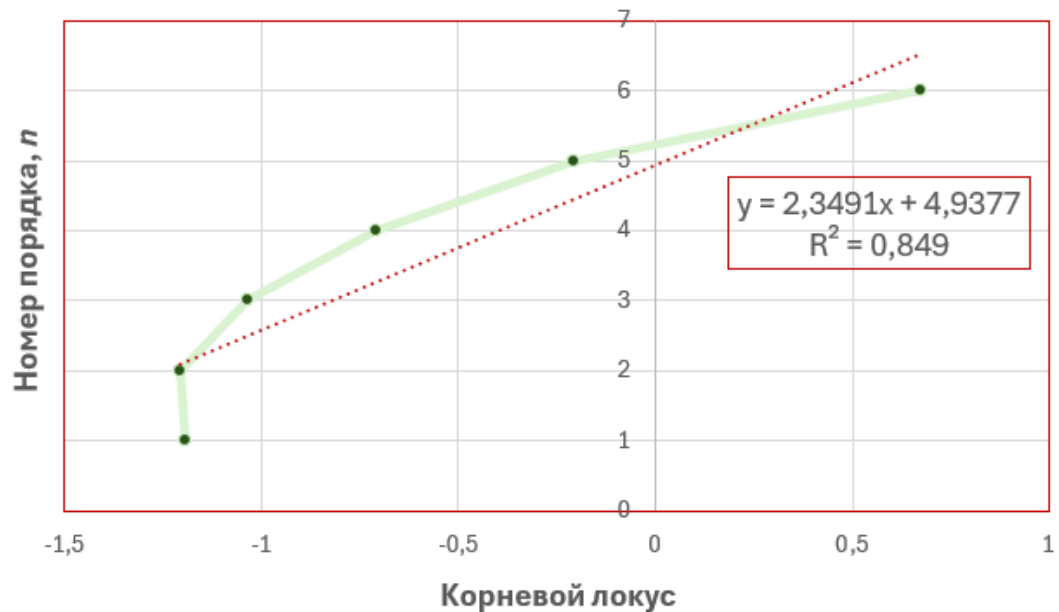


Рисунок 4.2 – График зависимости n от корневого локуса линейной фильтрации

Уравнение регрессии: $y = 2,3491x + 4,9397$, $R^2 = 0,849$

График на рисунке 4.2 отражает зависимость между положением корневого локуса на комплексной плоскости и порядком системы. Коэффициент корреляции составил $R = 0,921$, а коэффициент детерминации $R^2 = 0,849$, что указывает на наличие сильной линейной зависимости. Модель объясняет 84,9% изменчивости порядка системы. Значение $p = 0,00025$ подтверждает высокую статистическую значимость результатов. Таким образом, при смещении корневого локуса влево, где находится область большей устойчивости, наблюдается снижение порядка системы. Это показывает взаимосвязь устойчивости и сложности динамической системы.

Зависимость корневого локуса от времени переходного процесса представлена на рисунке 4.3.

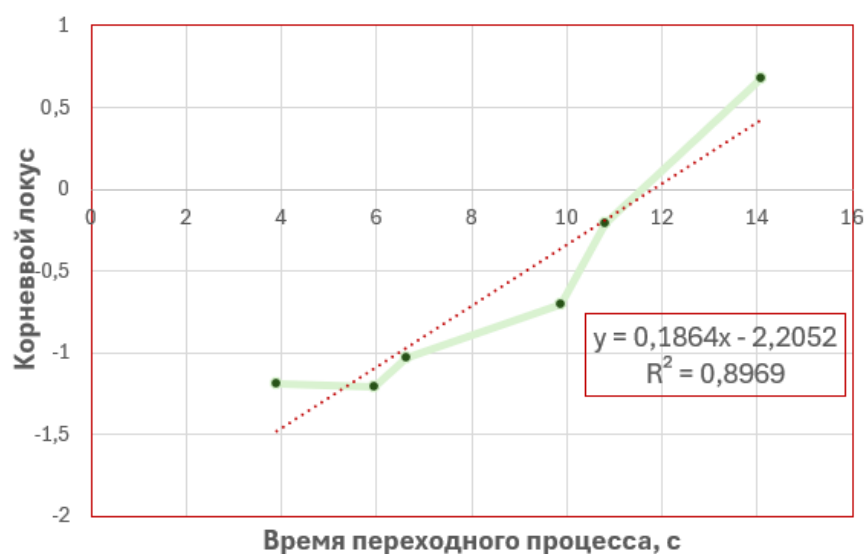


Рисунок 4.3 – График зависимости корневого локуса от времени переходного процесса линейной фильтрации

Уравнение регрессии: $y = 0,1864x - 2,2052$, $R^2 = 0,8969$

На графике рисунка 4.3 показана линейная зависимость между временем переходного процесса и положением корневого локуса. Значение коэффициента корреляции $R = 0,947$ говорит о сильной положительной связи между переменными. Коэффициент детерминации $R^2=0,8969$ демонстрирует, что почти 90% изменения корневого локуса объясняется временем переходного процесса. Значение $p=0,00015$ характеризует статистическую значимость модели. При увеличении времени переходного процесса корневой локус смещается вправо, то есть ближе к мнимой оси, это означает снижение устойчивости системы, которое характеризует уравнение регрессии.

4.2 Ассоциации между процентной погрешностью и характеристиками системы

На данном этапе анализа рассматривается, как количественные и структурные параметры системы фильтрации соотносятся с её точностными характеристиками. В качестве метрики точности применяется процентная погрешность (δ). Данный показатель позволяет количественно оценить эффективность фильтрации. Полученные численные результаты статистического анализа, включая значения корреляционных коэффициентов, итогов дисперсионного анализа, приведены в приложениях Б, В.

В данном подпункте будет рассмотрено три зависимости:

- 1) Зависимость дельты от номера порядка системы;

2) Зависимость дельты от времени переходного процесса;

3) Зависимость дельты от корневого локуса.

Зависимость дельты от номера порядка системы представлена на рисунке

4.4.

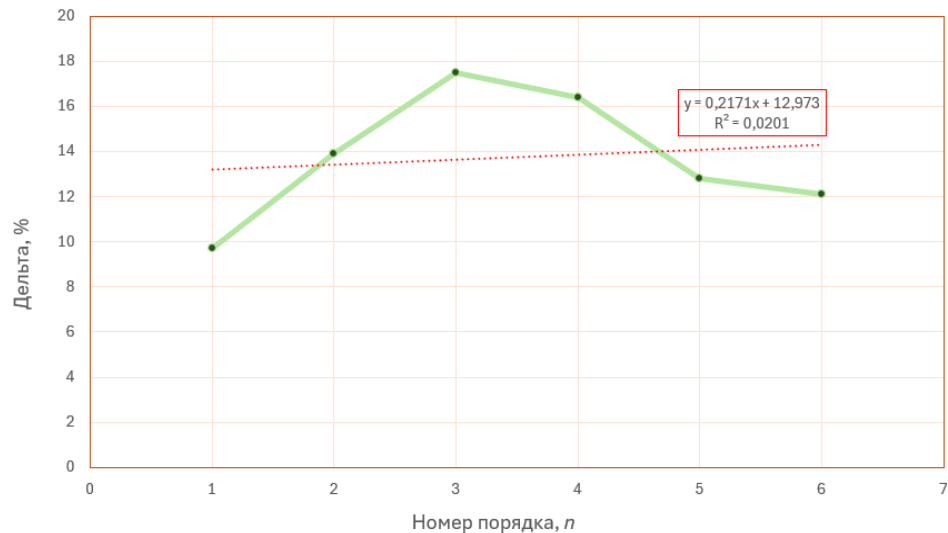


Рисунок 4.4 – График зависимости $\delta(\%)$ от n линейной фильтрации

Из рисунка 4.4 видно, что линейная система имеет характерные признаки нелинейной фильтрации и противоречит линейным признакам. До 3-го порядка характеристики увеличиваются, а после идут на спад. Такой исход можно объяснить следующим фактом: при увеличении порядка системы, на выходе фильтрации они сглаживаются, экстремумы сложно зафиксировать, в связи с чем появляются погрешности и неточности в их определении.

Для того, чтобы понять каким именно законам подчиняется аппроксимирующая кривая, нужно сделать подгонку по остальным видам аппроксимации. Зная, что не подходит линейная фильтрация, мы задаем полиномами, как в случае полиномиальной фильтрации, график которой представлен на рисунке 4.2. Полиномиальная фильтрация позволяет отразить сложные, многоступенчатые изменения исследуемых параметров. Полиномы высоких степеней улавливают все ключевые точки перегиба, локальные минимумы и максимумы, что особенно важно для анализа переходных процессов либо нестабильных систем.

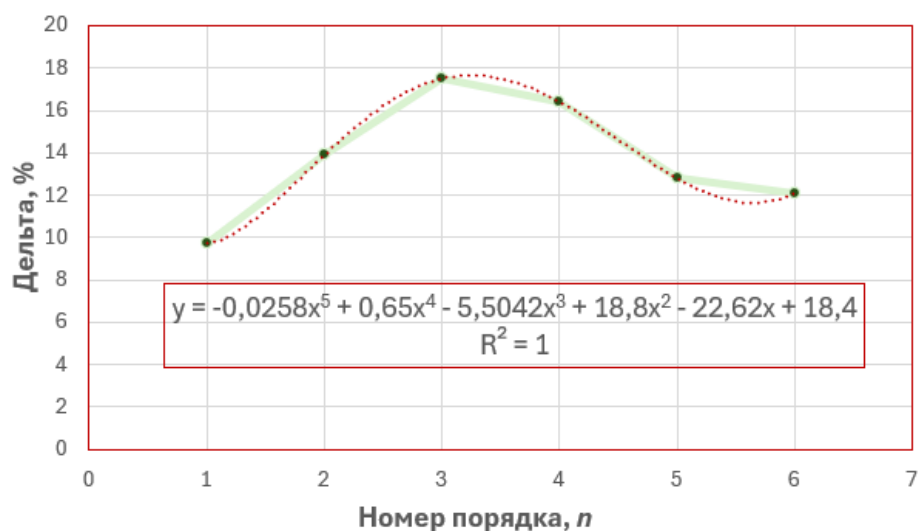


Рисунок 4.5 – График зависимости $\delta(\%)$ от n полиномиальной фильтрации

Таблица 4.1 – Значение величины достоверности аппроксимации R^2 и уравнения на диаграмме $\delta(n)$ рисунка 4.5

n	R^2	Уравнение $\delta(n)$
2	0,8423	$\delta(2) = -0,9518x^2 + 6,8796x + 4,09$
3	0,9207	$\delta(3) = 0,2231x^3 - 3,2948x^2 + 13,953x - 1,5333$
4	0,9991	$\delta(4) = 0,1979x^4 - 2,5477x^3 + 9,909x^2 - 10,588x + 12,717$
5	1	$\delta(5) = -0,0258x^5 + 0,65x^4 - 5,5042x^3 + 18,8x^2 - 22,62x + 18,4$

На графике рисунка 4.5 содержатся выраженные колебания, и он не является линейным.

Полиномиальная система начинается со 2-го порядка, это связано с тем, что на первом порядке результатом выходит 0. На графике рисунка 4.2 представлен полином пятой степени с величиной достоверности аппроксимации R^2 равной 1, который лучше всего описывает зависимость влияния n на $\delta(\%)$. График с полиномом пятой степени визуальнее ложится лучше на точки, что делает его предпочтительным для интерпретации и анализа, а также обосновывает выбор полиномиальной аппроксимации.

Уравнения полиномиальной степени прогнозируют влияние вышеуказанной зависимости. Каждое из слагаемых уравнения отвечает за определенный изгиб линии на графике. Значение $R^2 = 1$ указывает на идеальное соответствие аппроксимирующей функции фактическим данным. Оставшаяся вариация: $1 - R^2 = 0$ показывает, что модель не оставила необъясненной дисперсии. Дисперсионный анализ показал, что F -критерий равен 53,58102, а p -значение равно 2,5141E-05.

Так как $p < 0,05$, можно утверждать, что различия между группами статистически значимы и построенное уравнение действительно описывает закономерность.

Зависимость дельты от времени переходного процесса представлена на рисунке 4.6.

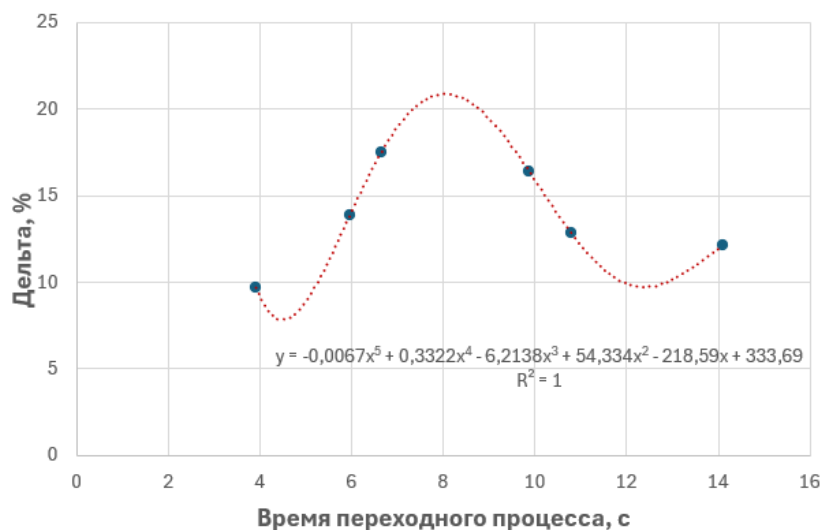


Рисунок 4.6 – График зависимости $\delta(\%)$ от времени переходного процесса полиномиальной фильтрации

Таблица 4.2 – Значение величины достоверности аппроксимации R^2 и уравнения на диаграмме $\delta(n)$ рисунка 4.6

n	R^2	Уравнение $\delta(n)$
2	0,5998	$\delta(2) = -0,1954x^2 + 3,562x - 0,1709$
3	0,8238	$\delta(3) = 0,0426x^3 - 1,3556x^2 + 13,205x - 24,058$
4	0,9837	$\delta(4) = 0,036x^4 - 1,2113x^3 + 13,942x^2 - 63,603x + 109,18$
5	1	$\delta(5) = -0,0067x^5 + 0,3322x^4 - 6,2138x^3 + 54,334x^2 - 218,59x + 333,69$

На графике рисунка 4.6 изображена зависимость дельты от времени переходного процесса. Характер функции напоминает волну с несколькими изгибами. Простые линейные квадратичные модели не позволяли увидеть весь спектр колебаний. Поэтому была выбрана аппроксимация полиномом пятой степени.

Уравнение аппроксимации пятой степени описывает все участки роста и спада на графике, позволяя построить плавную и точную кривую.

Коэффициент детерминации $R^2 = 1$ говорит о 100%-ной точности модели, все наблюдаемые значения полностью описываются уравнением.

Оставшаяся вариация $1 - R^2 = 0$ демонстрирует то, что вся дисперсия объясняется моделью.

F -критерий равен 7,2956, а p -значение равно 0,0222. Значение $p < 0,05$ доказывает достоверность полученного уравнения, указывает на это высокая статистическая значимость модели.

Зависимость дельты от корневого локуса представлена на рисунке 4.7.

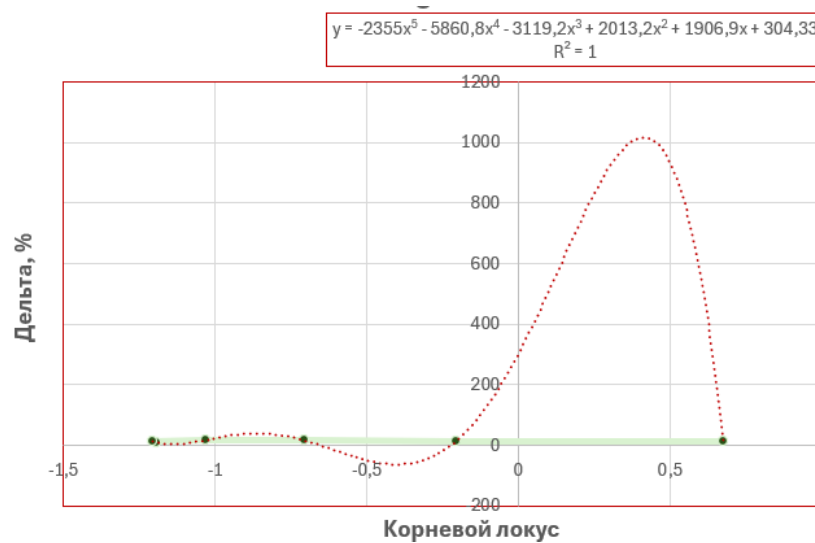


Рисунок 4.7 – График зависимости $\delta(\%)$ от корневого локуса полиномиальной фильтрации

Таблица 4.3 – Значение величины достоверности аппроксимации R^2 и уравнения на диаграмме $\delta(n)$ рисунка 4.7

n	R^2	Уравнение $\delta(n)$
2	0,1906	$\delta(2) = -2,9173x^2 - 2,4864x + 14,613$
3	0,6333	$\delta(3) = 14,55x^3 + 10,325x^2 - 10,436x + 10,016$
4	0,704	$\delta(4) = -28,482x^4 - 29,481x^3 + 12,747x^2 - 10,422x + 14,19$
5	1	$\delta(5) = -2355x^5 + 5860,8x^4 - 3119,2x^3 + 2013,2x^2 + 1906,9x + 304,33$

На графике рисунка 4.7 показана зависимость дельты от корневого локуса. Данные имеют резкий подъем, за которым следует быстрое падение. Из-за резкого изменения направления кривой и наличия экстремумов была использована аппроксимация пятого порядка, поскольку такая модель обеспечивает необходимую гибкость линии.

Уравнение аппроксимации пятой степени передает сложную траекторию изменения параметра, включая зоны роста, пика и последующего снижения.

Коэффициент детерминации $R^2 = 1$ говорит о 100%-ной дисперсии данных.

Оставшаяся вариация $1 - R^2 = 0$ описывает полностью исходные значения.

F-критерий равен 140, 8679, а p-значение равно 2,2394E-07. Значение p является чрезвычайно малым, что указывает на высокий уровень статистической значимости различий.

4.3 Вывод по главе

В данной главе на основе комплексного статистического анализа доказано, что параметры фильтра — такие как порядок системы и положение корневого локуса — оказывают значительное влияние на основные характеристики качества фильтрации: время переходного процесса и процентную погрешность. Установлено, что увеличение порядка фильтра линейно увеличивает время выхода системы на установившийся режим, при этом смещение корневого локуса влияет как на устойчивость, так и на сложность системы. Полиномиальная аппроксимация позволила выявить сложные зависимости между структурными параметрами и точностными характеристиками, что невозможно было бы отразить в рамках простой линейной модели. Таким образом, глава демонстрирует, как выбор и настройка параметров фильтра напрямую определяют его эффективность, обеспечивая основу для обоснованного проектирования фильтрационных систем с заданными характеристиками.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках настоящей дипломной работы были последовательно решены задачи, направленная на повышение эффективности процессов фильтрации сигналов за счёт анализа ассоциаций между корневыми локусами и показателями качества систем фильтрации. Исследование охватило все этапы: от теоретического обоснования применяемых методов до разработки и апробации алгоритмического подхода в среде MATLAB.

На основе полиномов Баттерворта был реализован алгоритм построения передаточных функций фильтров от первого до шестого порядка с последующим картированием их полюсов на s -плоскости. Это позволило выявить устойчивость моделей, отследить изменение динамических характеристик фильтрации при росте порядка системы, а также получить численные значения, описывающие переходные процессы.

Было доказано, что положение корневых локусов оказывает прямое влияние на такие параметры, как время переходного процесса и относительная погрешность фильтрации. Установлена линейная и полиномиальная зависимость между исследуемыми величинами. Статистическая достоверность результатов подтверждена корреляционным и дисперсионным анализом. Это демонстрирует возможность использования корневых характеристик в качестве информативных индикаторов при проектировании и адаптации фильтров.

Полученные данные и построенные модели обладают высокой степенью прикладной значимости. Предложенный метод анализа может быть использован при разработке фильтров для измерительных и биомедицинских систем, где критически важно обеспечить высокую точность и устойчивость обработки сигнала в условиях реальных помех.

Таким образом, сформулированная цель исследования достигнута в полном объеме, а предложенный подход расширяет существующие методики оценки качества фильтрации, предлагая новый вектор анализа с опорой на картирование корневых локусов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Гарри Лэм. АНАЛОГОВЫЕ И ЦИФРОВЫЕ ФИЛЬТРЫ, 1979 / В. Л. Левин, М. Н. Микшис, И. Н. Теплюн – перевод с английского языка – Москва: Издательство «Мир», 1982.
- 2 А. Оппенгейм, Р. Шафер Цифровая обработка сигналов, 1999 / С. А. Кулешова под редакцией А. С. Ненашева – перевод с английского языка – Москва: Издательство «Техносфера», 2006–856 с.
- 3 Вадутов О.С. Электроника. Математические основы обработки сигналов: учебник и практикум для вузов / О.С. Вадутов – Москва: Издательство «Юрайт», 2022. – 307 с. – (Высшее образование). – Текст непосредственный.
- 4 https://en.wikipedia.org/wiki/Network_synthesis_filters
- 5 Smith Microelectronic Circuits, Seventh Edition by Adel S. Sedra, Kenneth C., 2015, The Oxford Series in Electrical and Computer Engineering
- 6 Кривцов О.А. Системы цифровой обработки сигналов / Практическое пособие по проведению лабораторных работ для студентов специальности 230105 «Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем» / Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР) – Томск, 2012.
- 7 А. Б. Сергиенко Цифровая обработка сигналов / А. Б. Сергиенко – Санкт-Петербург: Издательство «Питер», 2002 – 608с.
- 8 Гутников В. С. Фильтрация измерительных сигналов. – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1990–192 с.
- 9 Коберниченко В. Г. Расчет и проектирование цифровых фильтров: [учеб. – метод. пособие] / В. Г. Коберниченко. – Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2013. – 64 с.
- 10 Шахтарин Б.И. Ш32 Случайные процессы в радиотехнике: Цикл лекций. – М.: Радио и связь, 2000. – 584 с.
- 11 Signal Processing for Communications, by P.Prandoni and M. Vetterli, 2008, EPFL Press.
- 12 Якимов Е. В. Я45 Цифровая обработка сигналов: учебное пособие / Е. В. Якимов, Г. В. Вавилова, И.А. Клубович. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2008. – 307 с.
- 13 <https://lossenderosstudio.com/glossary.php/glossary.php?index=f>
- 14 <https://habr.com/ru/companies/selectel/articles/721558/>
- 15 https://isolution.pro/ru/t/control-systems/control-systems-construction-root-locus/postroenie-kornevogo-lokusa#google_vignette
- 16 Алтай Е., Федоров А. В., Степанова К. А., Кузиванов Д. О. Оценка эффективности методов обработки сигналов акустической эмиссии при реализации полиномиальных фильтров
<https://journals.omgtu.ru/index.php/onv/article/view/634/616>
- 17 Федоров А. В., Алтай Е., К. А. Степанова, Кузиванов Д. О. Статистическая оценка влияния величины сигнал/помеха на погрешность измерения параметров

акустической
<https://ntv.ifmo.ru/file/article/21672.pdf>

ЭМИССИИ

Приложение А

	Столбец 1	Столбец 2
Столбец 1	1	
Столбец 2	0,985001224	1

Однофакторный дисперсионный анализ

ИТОГИ

Группы	Счет	Сумма	Среднее	Дисперсия
Столбец 1	6	21	3,5	3,5
Столбец 2	6	51,28	8,546666667	13,89862667

Дисперсионный анализ

Источник вариации	SS	df	MS	F	P-Значение	F критическое
Между группами	76,40653333	1	76,40653333	8,783053375	0,01419988	4,964602744
Внутри групп	86,99313333	10	8,699313333			
Итого	163,3996667	11				

Рисунок А.1 – Корреляционный, однофакторный дисперсный анализ зависимости времени переходного процесса от номера порядка системы

	Столбец 1	Столбец 2
Столбец 1	1	
Столбец 2	0,921430366	1

Однофакторный дисперсионный анализ

ИТОГИ

Группы	Счет	Сумма	Среднее	Дисперсия
Столбец 1	6	-3,672	-0,612	0,5385028
Столбец 2	6	21	3,5	3,5

Дисперсионный анализ

Источник вариации	SS	df	MS	F	P-Значение	F критическое
Между группами	50,725632	1	50,725632	25,121009	0,000527852	4,964602744
Внутри групп	20,192514	10	2,0192514			
Итого	70,918146	11				

Рисунок А.2 – Корреляционный, однофакторный дисперсный анализ зависимости порядка системы от корневого локуса

Приложение Б

	Столбец 1	Столбец 2
Столбец 1	1	
Столбец 2	0,947057663	1

Однофакторный дисперсионный анализ

ИТОГИ

Группы	Счет	Сумма	Среднее	Дисперсия
Столбец 1	6	51,28	8,546666667	13,89862667
Столбец 2	6	-3,672	-0,612	0,5385028

Дисперсионный анализ

Источник вариации	SS	df	MS	F	P-Значение	F критическое
Между группами	251,6435253	1	251,6435253	34,86060382	0,000150187	4,964602744
Внутри групп	72,18564733	10	7,218564733			
Итого	323,8291727	11				

Рисунок Б.1 – Корреляционный, однофакторный дисперсный анализ зависимости корневого локуса от времени переходного процесса

	Столбец 1	Столбец 2
Столбец 1	1	
Столбец 2	0,141634032	1

Однофакторный дисперсионный анализ

ИТОГИ

Группы	Счет	Сумма	Среднее	Дисперсия
Столбец 1	6	21	3,5	3,5
Столбец 2	6	82,4	13,73333333	8,2266667

Дисперсионный анализ

Источник вариации	SS	df	MS	F	P-Значение	F критическое
Между группами	314,1633333	1	314,1633333	53,581012	2,5414E-05	4,964602744
Внутри групп	58,63333333	10	5,863333333			
Итого	372,7966667	11				

Рисунок Б.2 – Корреляционный, однофакторный дисперсный анализ зависимости дельты от номера порядка системы

Приложение В

	Столбец 1	Столбец 2
Столбец 1	1	
Столбец 2	0,064409986	1

Однофакторный дисперсионный анализ

ИТОГИ

Группы	Счет	Сумма	Среднее	Дисперсия
Столбец 1	6	51,28	8,546666667	13,89862667
Столбец 2	6	82,4	13,73333333	8,226666667

Дисперсионный анализ

Источник вариации	SS	df	MS	F	P-Значение	F критическое
Между группами	80,70453333	1	80,70453333	7,295228327	0,022276318	4,964602744
Внутри групп	110,6264667	10	11,06264667			
Итого	191,331	11				

Рисунок В.1 – Корреляционный, однофакторный дисперсный анализ зависимости дельты от времени переходного процесса

	Столбец 1	Столбец 2
Столбец 1	1	
Столбец 2	-0,197294131	1

Однофакторный дисперсионный анализ

ИТОГИ

Группы	Счет	Сумма	Среднее	Дисперсия
Столбец 1	6	-3,672	-0,612	0,5385028
Столбец 2	6	82,4	13,73333333	8,226666667

Дисперсионный анализ

Источник вариации	SS	df	MS	F	P-Значение	F критическое
Между группами	617,3657653	1	617,3657653	140,867959	3,23944E-07	4,964602744
Внутри групп	43,82584733	10	4,382584733			
Итого	661,1916127	11				

Рисунок В.2 – Корреляционный, однофакторный дисперсный анализ зависимости дельты от корневого локуса

РЕЦЕНЗИЯ

дипломной работы

студента специальности 6В07114 – «Биомедицинская инженерия»

Горловой Екатерины Юрьевны

На тему: «Разработка алгоритма картирования корневых локусов и поиск ассоциации с показателями качества системы фильтрации сигналов».

Разработано:

- а) графический раздел 21 рисунков
- б) пояснительная записка на 13 страницах

ЗАМЕЧАНИЕ

Бакалаврская дипломная работа Горловой Екатерины Юрьевны посвящена актуальной проблеме повышения эффективности сигналов биомедицинских и технических систем за счет анализа и оптимизации характеристик фильтрации.

Для исследования выбрана фильтрация синусоидальных сигналов с применением низкочастотных фильтров Баттерворта, аппроксимированных полиномиальными моделями от первого до шестого порядка.

Целью работы является разработка алгоритма картирования корневых локусов и выявление ассоциаций с показателями качества фильтрации сигналов. В рамках работы были последовательно решены следующие задачи: обзор методов фильтрации, синтез и моделирование фильтров, построение нуль-полусных диаграмм, расчет переходных характеристик, оценка устойчивости, а также статистический анализ взаимосвязей между параметрами фильтра и показателями качества.

Работа отличается высокой степенью аналитической проработки, включает собственные программные реализации и моделирование в среде MATLAB, статистический анализ данных и визуализацию результатов. Глубина проработки темы, грамотное оформление и логичность изложения заслуживают положительной оценки.

Дипломная работа выполнена в соответствии с требованиями, предъявляемыми к работам бакалавров, оформлена в установленном порядке, материалы работы представлены ясно и последовательно, практическая и научная значимость результатов подтверждена статистическим анализом и обоснована наглядными экспериментами.

Оценка работы

Считаю, что дипломная работа студентки Горловой Екатерины Юрьевны на тему «Разработка алгоритма картирования корневых локусов и поиск ассоциации с показателями качества системы фильтрации сигналов» выполнена на высоком уровне, полностью соответствует заявленным целям и задачам, обладает научной новизной и практической ценностью. Автор заслуживает присвоения академической степени бакалавра.

Рецензент

К. Т. Н. доцент кафедры «Общеобразовательные дисциплины» Академии гражданской авиации.


Сейдилдаева А.К.
« 02 » 06 2025 г

ОТЗЫВ

дипломной работы

студента специальности 6B07114 – «Биомедицинская инженерия»

Горловой Екатерины Юрьевны

На тему: «Разработка алгоритма картирования корневых локусов и поиск ассоциации с показателями качества системы фильтрации сигналов»

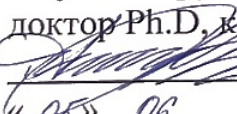
Дипломная работа студентки Горловой Екатерины Юрьевны посвящена актуальной проблеме повышения эффективности системы фильтрации измерительных сигналов в биомедицинских системах. Данная дипломная работа направлена на разработку алгоритма картирования корневых локусов непрерывных низкочастотных фильтров, аппроксимированных полиномами Баттерворта от первого по шестой порядок и поиск их ассоциации с показателями качества систем фильтрации.

В процессе выполнения дипломной работы Екатерина Юрьевна продемонстрировала высокий уровень теоретической подготовки, навыки математического моделирования и владение программной средой MATLAB. В работе проведён глубокий обзор методов линейной фильтрации сигналов, реализован алгоритм вычисления и визуализации корневых локусов, выполнено компьютерное моделирование передаточных функций фильтров от первого по шестой порядок, а также произведена оценка влияния показателей качества системы фильтрации на свойство системы. Полученные результаты оценки подтверждены регрессионным и дисперсионным анализами, которые обладают высокой практической значимостью и могут быть применены при разработке системы обработки биомедицинской информации.

Дипломная работа выполнена на высоком научно-техническом уровне, содержит все необходимые структурные элементы, хорошо оформлена, а поставленные цели и задачи достигнуты в полном объёме. Считаю, что дипломная работа Горловой Екатерины Юрьевны заслуживает оценки «отлично».

Научный руководитель

доктор Ph.D, кандидат технических наук, старший преподаватель

 Алтай Е. А.

« 05 » 06 2025 г.



Отчет подобия

Метаданные

Название организации

Satbayev University

Название

Разработка алгоритма картирования корневых локусов и поиск ассоциации с показателями качества системы фильтрации сигналов

Автор

Научный руководитель / Эксперт

Горлова Екатерина ЮрьевнаАлтай Ельдос

Подразделение

ИАиИТ

Объем найденных подобиий

КП-ия определяют, какой процент текста по отношению к общему объему текста был найден в различных источниках.. Обратите внимание!Высокие значения коэффициентов не означают плагиат. Отчет должен быть проанализирован экспертом.



КП1

25

Длина фразы для коэффициента подобия 2



КП2

6592

Количество слов



КЦ

52415

Количество символов

Тревога

В этом разделе вы найдете информацию, касающуюся текстовых искажений. Эти искажения в тексте могут говорить о ВОЗМОЖНЫХ манипуляциях в тексте. Искажения в тексте могут носить преднамеренный характер, но чаще, характер технических ошибок при конвертации документа и его сохранении, поэтому мы рекомендуем вам подходить к анализу этого модуля со всей долей ответственности. В случае возникновения вопросов, просим обращаться в нашу службу поддержки.

Замена букв		0
Интервалы		0
Микропробелы		2
Белые знаки		0
Парафразы (SmartMarks)		3

Подобия по списку источников

Ниже представлен список источников. В этом списке представлены источники из различных баз данных. Цвет текста означает в каком источнике он был найден. Эти источники и значения Коэффициента Подобия не отражают прямого плагиата. Необходимо открыть каждый источник и проанализировать содержание и правильность оформления источника.

10 самых длинных фраз

Цвет текста

ПОРЯДКОВЫЙ НОМЕР	НАЗВАНИЕ И АДРЕС ИСТОЧНИКА URL (НАЗВАНИЕ БАЗЫ)	КОЛИЧЕСТВО ИДЕНТИЧНЫХ СЛОВ (ФРАГМЕНТОВ)
1	Автоматизация технологических процессов 4/12/2021 Kostanai State University A.Baitursynov (Управление по академическим вопросам)	12 0.18 %
2	http://8ref.com/2/referat_29075.html	12 0.18 %
3	https://cyberleninka.ru/article/n/novec-1230-ili-suhaya-voda-i-ee-primeneni	11 0.17 %

4	https://ru.freejournal.info/176170/1/polosa-propuskaniya.html	10 0.15 %
5	https://ru.freejournal.info/176170/1/polosa-propuskaniya.html	7 0.11 %
6	https://ru.freejournal.info/176170/1/polosa-propuskaniya.html	5 0.08 %

из базы данных RefBooks (0.00 %)



ПОРЯДКОВЫЙ НОМЕР	НАЗВАНИЕ	КОЛИЧЕСТВО ИДЕНТИЧНЫХ СЛОВ (ФРАГМЕНТОВ)
------------------	----------	---

из домашней базы данных (0.00 %)



ПОРЯДКОВЫЙ НОМЕР	НАЗВАНИЕ	КОЛИЧЕСТВО ИДЕНТИЧНЫХ СЛОВ (ФРАГМЕНТОВ)
------------------	----------	---

из программы обмена базами данных (0.18 %)



ПОРЯДКОВЫЙ НОМЕР	НАЗВАНИЕ	КОЛИЧЕСТВО ИДЕНТИЧНЫХ СЛОВ (ФРАГМЕНТОВ)
1	Автоматизация технологических процессов 4/12/2021 Kostanai State University A.Baitursynov (Управление по академическим вопросам)	12 (1) 0.18 %

из интернета (0.68 %)



ПОРЯДКОВЫЙ НОМЕР	ИСТОЧНИК URL	КОЛИЧЕСТВО ИДЕНТИЧНЫХ СЛОВ (ФРАГМЕНТОВ)
1	https://ru.freejournal.info/176170/1/polosa-propuskaniya.html	22 (3) 0.33 %
2	http://8ref.com/2/referat_29075.html	12 (1) 0.18 %
3	https://cyberleninka.ru/article/n/novec-1230-ili-suhaya-voda-i-ee-primeneniye	11 (1) 0.17 %

Список принятых фрагментов (нет принятых фрагментов)

ПОРЯДКОВЫЙ НОМЕР	СОДЕРЖАНИЕ	КОЛИЧЕСТВО ИДЕНТИЧНЫХ СЛОВ (ФРАГМЕНТОВ)
------------------	------------	---

Протокол

о проверке на наличие неавторизованных заимствований (плагиата)

Автор: Горлова Екатерина Юрьевна

Соавтор (если имеется):

Тип работы: Дипломная работа

Название работы: Разработка алгоритма картирования корневых локусов и поиск ассоциации с показателями качества системы фильтрации сигналов

Научный руководитель: Алтай Ельдос

Коэффициент Подобия 1: 0.9

Коэффициент Подобия 2: 0

Микропробелы: 2

Знаки из здругих алфавитов: 0

Интервалы: 0

Белые Знаки: 0

После проверки Отчета Подобия было сделано следующее заключение:

☒ Заимствования, выявленные в работе, является законным и не является плагиатом. Уровень подобия не превышает допустимого предела. Таким образом работа независима и принимается.

☐ Заимствование не является плагиатом, но превышено пороговое значение уровня подобия. Таким образом работа возвращается на доработку.

☐ Выявлены заимствования и плагиат или преднамеренные текстовые искажения (манипуляции), как предполагаемые попытки укрытия плагиата, которые делают работу противоречащей требованиям приложения 5 приказа 595 МОН РК, закону об авторских и смежных правах РК, а также кодексу этики и процедурам. Таким образом работа не принимается.

☐ Обоснование:

Дата 04.06.2025

Заведующий кафедрой

